Philos.
2388

atl. Bibliothek
Regensburg

I. 229.

Philos 2388

SBR069026944222

Der erste Lehrmeister.

Ein Inbegriff des Nöthigsten und Gemeinnützigsten für den ersten Unterricht

von mehrern Verfassern.

Zweiter Theil.
Der fleißige Rechenschüler.

Ladenpreis: 4 Groschen sächs. oder 18 Kreuzer rheinl.

Leipzig, bei Gerhard Fleischer dem Jüngern.
1810.

Der

fleißige Rechenschüler.

Oder

Leitfaden beim ersten Unterricht

im Rechnen

für

Bürger- und Landschulen;

von

Johann Philipp Schellenberg.

Ladenpreis: 4 Groschen sächs. oder 18 Kreuzer rheinl.

Leipzig, bei Gerhard Fleischer dem Jüngern.
1810.

Vorrede.

Der fleißige Rechenschüler, den ich hiermit auf Verlangen des Herrn Verlegers dem Publikum vorlege, soll bloß als ein Leitfaden beim ersten Unterricht im Rechnen dienen. Er ist vornämlich für Kinder von 7 bis 10 Jahren bestimmt, und ich habe daher auch nur die leichtesten Regeln zu den verschiedenen Rechnungsoperationen mitgetheilt, dabei aber doch, wo sich Gelegenheit dazu fand, auf einige sehr nützliche Abkürzungen hingedeutet. Die Lehrer werden, wenn sie mein Rechenbuch für Bürger- und Landschulen, oder ein anderes zweckmäßiges Rechenbuch dabei benutzen, viele Gelegenheiten finden, mit fähigen Köpfen manchmal noch einige Schritte weiter zu gehen.

Statt der Eintheilung in Stunden hätte ich auch die in einige Hauptabschnitte und mehrere Unterabtheilungen wählen können; allein ich bin überzeugt, daß die erstere den kleinen Besitzern mehr Freude und folglich auch mehr Lust zum Rechnen machen werde. Dabei aber behaupte ich keineswegs, daß Kinder das Rechnen in dreißig Stunden lernen könnten und würden; dazu wird eine längere Uebung erfordert, und diejenigen Lehrer, die sich dieses Leitfadens bedienen, werden öfters finden, daß das, was hier in einer Stunde vor-

vorgetragen worden — so wenig es auch in Ansehung der Seitenzahl ist — in dieser Zeit nicht wohl durchgearbeitet werden könne, sondern daß es bisweilen noch eine zweite Stunde verlange. Das bekannte Festina lente ist besonders auch hier zu beobachten.

So wie ich bei meinem mehrjährigen Unterrichte das maschinenmäßige und gedankenlose Rechnen stets mit dem erfreulichsten Erfolge vermieden habe, eben so sehr war auch jetzt, bei der Bearbeitung dieses Leitfadens, mein Bestreben darauf gerichtet, dasselbe zu vermeiden, und ich ersuche alle Lehrer, denen daran gelegen ist, daß ihr Unterricht Nutzen schaffe und reiche Früchte bringe, auf diesem Wege fortzufahren. Er ist für den Lehrer freilich nicht so gemächlich, als jener, wo man dem Schüler ein Exempel vorschreibt und ihn so lange darüber rechnen und schwitzen läßt, bis er das richtige Resultat gefunden, ohne ihm zu zeigen, wo er gefehlt habe. Auf diese Art aber wird und muß alle Lust zum Rechnen schon in der frühesten Jugend erstickt und unterdrückt werden. In Schulen, wo mehrere und viele zusammen rechnen, wird die bereits vielen bekannte Methode von großem Nutzen seyn, einen und den andern aus der Versammlung aufzurufen, an eine aufgehängte Tafel treten und die Aufgabe laut vorrechnen zu lassen. Nach geschehener Berechnung lege man dann noch folgende und andere Fragen vor:

Wie heißt also die vorher unbekannte Zahl?

Welche Benennung hat dieselbe?

Wie ist diese Zahl gefunden worden?

In

In welche Rechnungsart gehört diese Aufgabe?
Weiß einer eine kürzere Art, diese Zahl zu finden?
Wer kann diese Aufgabe in eine kleine Geschichte einkleiden? u. s. w.

Bei jeder Rechnungsart übe man die kleinen Rechner vorher in dem sogenannten Einsundeins, Einsvoneins, und lasse besonders bei der Multiplication das am Ende beigefügte Einmaleins so lange lernen und frage es so oft durch, bis es die Kinder mit der größten Fertigkeit inne haben. Sehr nützlich wird es auch seyn, ehe man die vier Rechnungsarten mit ungleichbenannten Zahlen anfängt, die Schüler auf eine anschauliche Art mit den verschiedenen Münzen, Maaßen und Gewichten bekannt zu machen, ihnen den Unterschied zwischen wirklichen und bloßen Rechnungsmünzen zu erklären, wie auch den Gebrauch der Waage, des Ellen- und Fußmaaßes zu zeigen. Man befolge überhaupt das Gute und Nützliche in der pestalozzischen Methode, aber ohne zu große Weitschweifigkeit.

Weimar, am 26. Jänner
1810.

Der Verfasser.

Inhalt.

1ste Stunde.	Von den Zahlen und Zahlzeichen und vom Zählen.	S. 1
2te —	Vom Numeriren.	— 4
3te —	Fortsetzung.	— 8
4te —	Von der Addition.	— 10
5te —	Fortsetzung.	— 14
6te —	Von der Subtraction.	— 18
7te —	Fortsetzung.	— 21
8te —	Von der Multiplication	— 24
9te —	Fortsetzung.	— 28
10te —	Von der Division.	— 32
11te —	Fortsetzung.	— 38
12te —	Fortsetzung.	— 41
13te —	Vom Addiren mit ungleichbenannten Zahlen.	— 45
14te —	Vom Subtrahiren mit ungleichbenannten Zahlen.	— 51
15te —	Vom Multipliciren mit ungleichbenannten Zahlen.	— 56
16te —	Fortsetzung.	— 60
17te —	Vom Dividiren mit ungleichbenannten Zahlen.	— 67
18te —	Fortsetzung.	— 72
19te —	Wiederholung der vier Rechnungsarten in einigen gemischten Beispielen.	— 78
20ste —	Vorübungen zu der Rechnung mit Brüchen.	— 83
21ste —	Fortsetzung.	— 87
22ste —	Vom Addiren und Subtrahiren mit Brüchen.	— 93
23ste —	Vom Multipliciren mit Brüchen.	— 97
24ste —	Vom Dividiren mit Brüchen.	— 103
25ste —	Vorübungen zu der Decimalbruchrechnung.	— 110
26ste —	Vom Addiren und Subtrahiren der Decimalbrüche.	— 114
27ste —	Vom Multipliciren und Dividiren mit Decimalbrüchen.	— 119
28ste —	Von der Regeldetri.	— 125
29ste —	Fortsetzung.	— 129
30ste —	Vermischte Aufgaben zur Uebung.	— 135

Erste Stunde.

Von den Zahlen und Zahlzeichen, und vom Zählen.

Unter einer *Zahl* versteht man eine Menge von Dingen, und zwar von einerlei Art; z. B. *drei* Aepfel, *fünf* Nüsse, *acht* Rosinen, *zehn* Knaben, *zwölf* Mädchen, *sechzig* Stecknadeln u. s. w.

Will man mehrere Dinge gleicher Art *nach ihrer Menge* bestimmen, oder angeben, *wie viel* derselben vorhanden sind, so muß man die Dinge *zählen*. Ein einziges (einzelnes) Ding nennt man *eins*; fügt man zu *eins* noch *eins* hinzu, so heißt die Zahl *zwei*; noch *eins* hinzu macht *drei* u. s. w.

Das Zählen ist sehr leicht zu lernen, weil die Benennungen der Zahlen auf eine gewisse gleichförmige Weise zusammengesetzt werden, als:

Eins.	Fünf.
Zwei.	Sechs.
Drei.	Sieben.
Vier.	Acht.

Neun.
Zehn.
Eilf (Elf).
Zwölf.
Dreizehn (drei und zehn).
Vierzehn.
Funfzehn.
Sechszehn.
Siebenzehn.
Achtzehn.
Neunzehn.
Zwanzig.
Ein und zwanzig.
Zwei und zwanzig.
Drei und zwanzig.
Vier und zwanzig.
Fünf und zwanzig.
Sechs und zwanzig.
Sieben und zwanzig.
Acht und zwanzig.
Neun und zwanzig.
Dreißig (eigentlich dreizig).
Ein und dreißig.
Zwei und dreißig.
Drei und dreißig u. s. w.
Vierzig.
Ein und vierzig.
Zwei und vierzig u. s. w.
Funfzig.
Ein und funfzig u. s. w.
Sechzig.
Ein und sechzig u. s. w.
Siebenzig.
Ein und siebenzig u. s. w.
Achtzig.
Ein und achtzig u. s. w.
Neunzig.
Ein und neunzig u. s. w.
Hundert.
Hundert und eins.
Hundert und zwei.
Hundert und drei u. s. w.
Zweihundert.
Zweihundert und eins.
Zweihundert und zwei u. s. w.
Dreihundert.
Dreihundert und eins u. s. w.
Vierhundert u. s. w.
Fünfhundert u. s. w.
Sechshundert u. s. w.
Siebenhundert u. s. w.
Achthundert u. s. w.
Neunhundert u. s. w.
Tausend (oder Eintausend).
Tausend und eins.
Tausend und zwei u. s. w.

Tau-

Tausend und zehn u. s. w.
Tausend und zwanzig u. s. w.
Zweitausend u. s. w.
Dreitausend u. s. w.
Zehntausend u. s. w.
Zwanzigtausend ꝛc.
Dreißigtausend ꝛc.
Hunderttausend ꝛc.

Tausend mal tausend nennt man eine Million, tausend mal tausend Millionen eine Billion, tausend mal tausend Billionen eine Trillion u. s. w.

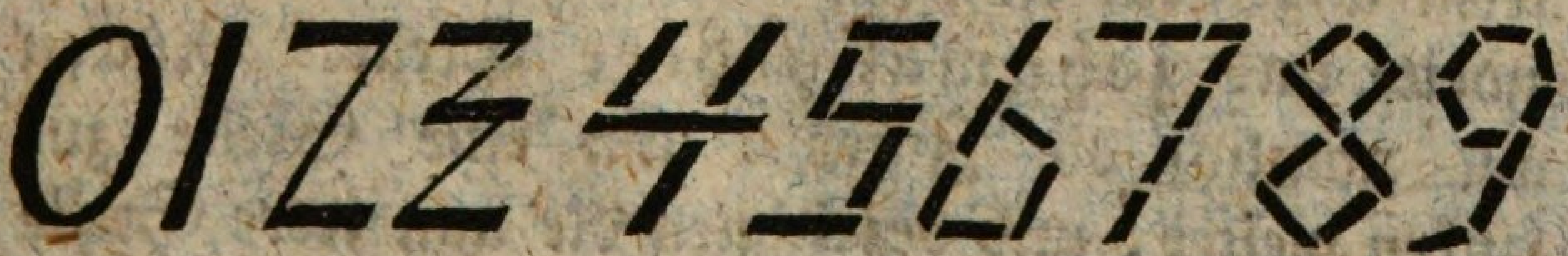
Ziffer ist das Zeichen, wodurch wir eine Zahl kurz andeuten. Alle europäischen Völker bedienen sich jetzt folgender Zeichen:

0	1	2	3	4	5	6
Null.	Eins.	Zwei.	Drei.	Vier.	Fünf.	Sechs.

7	8	9
Sieben.	Acht.	Neun.

Durch eine sehr einfache, aber überaus sinnreiche Zusammensetzung dieser Zeichen sind wir im Stande, die größten Zahlen, die öfters unser Verstand gar nicht zu fassen vermag, kurz auszudrücken.

Die Erfindung dieser Zahlzeichen schreibt man den Arabern zu. Ihre Form soll anfänglich folgende gewesen seyn:



Die Sarazenen brachten diese Zeichen zuerst nach Spanien, und von da kamen sie im

zehnten Jahrhundert unter nachstehenden Figuren nach Teutschland:

Das erste Zeichen, die Null, bedeutet für sich allein so viel, als nichts, und füllt, in Verbindung mit mehreren Ziffern, bloß eine leere Stelle aus.

Zweite Stunde.

Vom Numeriren.

Das Numeriren lehrt, wie eine Zahl, die mit Ziffern geschrieben ist, ausgesprochen, oder wie eine ausgesprochene Zahl mit Ziffern geschrieben werden müsse. Oder kürzer: sie lehrt Zahlen lesen und schreiben.

Ein jeder von meinen lieben Rechenschülern, der in der vorigen Stunde die Figur und Bedeutung der neun Zahlzeichen behalten hat, wird die Zahlen von eins bis neun ohne Mühe lesen und schreiben können.

Allein gleich nach neun beginnt, nach unserm allgemein eingeführten Dezimalsystem, eine zweite und zehnmal höhere Stelle. Rücken wir nämlich die Ziffer 1 um eine Stelle zur Linken weiter, und bezeichnen die nun leere Stelle zur Rechten mit 0, als:

10

so heißt diese Zahl zehn, und man nennt deswegen auch alle in der zweiten Stelle vorkommenden Ziffern Zehner.

Wie werden nun nachstehende Zahlen gelesen?

11	18	34	73
12	19	37	84
13	20	40	89
14	21	48	90
15	22	50	93
16	23	59	99
17	30	60	

Unmittelbar nach 99 beginnt mit 100 wieder eine zehnmal höhere Stelle, nämlich die dritte Stelle der Zahlen. Alle in diese Stelle gehörenden Zahlen bekommen den Namen Hunderte. Die in der zweiten und ersten Stelle befindlichen Ziffern werden, nach ihrem Werthe, zugleich mit ausgesprochen.

Wie wird nun Karl folgende Zahlen lesen?

101	168	610
102	200	777
110	209	823
117	220	896
120	351	969
128	475	999
154	586	

Wird eine Ziffer noch um eine Stelle höher hinauf gerückt, so gilt sie zehnmal mehr, als in der vorigen, oder tausendmal so viel, als ihre Figur anzeigt. Alle in dieser vierten

Stelle vorkommenden Zahlen bekommen daher den Namen Tausende.

Wie wird nun Fritz die nachstehenden Zahlen lesen?

1000	4500	6180
2000	4630	7007
2001	4857	7777
3009	5309	8429
3010	5700	9080
4020	6090	9999

Die fünfte Stelle enthält die Zehntausende, die sechste die Hunderttausende, und die siebente die Millionen.

Hieraus ergiebt sich folgende Regel, die nunmehr ein jeder leicht behalten wird:

Die Stellen der Ziffern gehen von der Rechten zur Linken, und es bedeutet eine Ziffer in der nächstfolgenden Stelle stets zehnmal mehr, als in der vorhergehenden.

August wird nun ohne Zweifel folgende Zahlen richtig lesen können:

305	57060	693000
470	320	751234
589	6731	800060
1810	21345	932571
3080	75060	1000000
5000	80908	4378268
10009	300400	
40804	504040	

Das Aussprechen großer Zahlen, oder solcher, die mit vielen Ziffern geschrieben sind,

kann

kann man sich dadurch sehr erleichtern, wenn man die Ziffern in gewisse Abtheilungen bringt. Man zähle nämlich von der rechten zur linken Hand immer drei Ziffern ab, und mache alsdann ein Komma; nach den ersten sechs Ziffern aber schreibe man außer dem Komma noch einen Punkt oder ein Strichelchen über die Ziffer, neben welcher das Komma steht; nach zweimal sechs Ziffern, folglich bei der dreizehnten, mache man zwei solcher Strichelchen darüber. Die Ziffer linker Hand an dem Komma erhält den Namen Tausend, die Ziffer aber, über welcher ein Punkt oder Strichelchen steht, bezeichnet die Millionen, und die zwei Punkte oder Strichelchen bezeichnen die Billionen.

Nachstehende Zahl

36479583004072

würde man hiernach also abtheilen:

36,479,583,004,072 (mit ″ über der 6 und ′ über der 9)

und würde sie dann also aussprechen:

sechs und dreißig Billionen, vierhundert neun und siebenzig tausend fünfhundert drei und achtzig Millionen, viertausend und zwei und siebenzig.

Anmerkung. Zu diesem ersten Unterricht im Rechnen empfehle ich allen Lehrern D. J. P. Pöhlmann's praktische Anweisung, die ersten Anfangsgründe der Rechenkunst auf eine anschauliche, den Verstand in Thätigkeit setzende und leichte Weise beizubringen. (Erlangen, bei J. J. Palm.) Sie finden darin einen reichhaltigen Stoff, und viele

viele gute Winke, das gedankenlose und maschinenmäßige Rechnen zu vermeiden.

Dritte Stunde.

Fortsetzung.

Wer sich im Lesen und Aussprechen der Zahlen bereits eine Fertigkeit erworben hat, dem wird das Schreiben derselben um so leichter werden. Man mache aber, um sich dasselbe noch mehr zu erleichtern, den Anfang mit kleinen Zahlen, und schreibe z. B. erst folgende:

ein und zwanzig; zwei und dreißig; sieben und vierzig; vier und funfzig; acht und sechzig; sieben und achtzig; fünf und neunzig; einhundert und vierzig; zweihundert vier und vierzig; dreihundert sechs und siebenzig; fünfhundert und acht; neunhundert drei und sechzig; eintausend achthundert und neun; zweitausend dreihundert vier und zwanzig; achttausend siebenhundert und sechs; siebentausend und zwanzig; siebentausend und zwei.

(21; 32; 47; 54; 68; 87; 95; 140; 244; 376; 508; 963; 1809; 2324; 8766; 7020; 7002.)

Man merke aber wohl darauf, daß man die leeren Stellen stets mit Nullen ausfülle; denn wenn ich siebentausend und zwanzig also: 720, schreiben wollte, so wäre dies nur siebenhundert und zwanzig; oder wenn ich siebentausend und zwei

zwei also: 72, oder: 702, schreiben wollte, so wäre beides falsch. Da in der letztern Zahl kein Hunderter und kein Zehner enthalten ist, so müssen diese beiden Stellen mit Nullen ausgefüllt werden, damit die sieben in die vierte Stelle zu stehen komme, wo sie Tausende bedeutet, und die zwei in die Stelle der Einer.

Geht aber eine vorgesagte Zahl in die Millionen und noch darüber hinaus, so ziehe man sich sieben und mehrere senkrechte Linien und bemerke oben mit einem oder zwei Buchstaben den Werth der Ziffer in derselben, nämlich etwa so:

m	ht	zt	t	h	z	e

Wäre nun die zu schreibende Zahl: drei und vierzig Millionen, sechs und achtzig tausend, siebenhundert vier und funfzig; so würde dieselbe leicht also eingetragen werden:

m	ht	zt	t	h	z	e
43	0	8	6	7	5	4

Die Stelle der Hunderttausende wurde mit einer Null ausgefüllt, weil in der vorgesagten Zahl keine Hunderttausende enthalten waren.

Hierzu noch ein Beispiel, das ich dem Aufmerksamsten unter meinen lieben Rechenschülern zum eignen Aufschreiben überlasse.

Ein Jahr hat dreihundert fünf und sechzig Tage (5 Stunden und 49 Minuten), oder achttausend siebenhundert fünf und sechzig Stunden, oder fünfhundert fünf und zwanzigtausend neunhundert neun

und

und vierzig Minuten, oder ein und dreißig Millionen fünfhundert sechs und funfzigtausend neunhundert und vierzig Sekunden.

Wäre es möglich, daß ein Mensch, ohne zu essen, zu trinken und zu schlafen, funfzig Jahre unaufhörlich fort zählte, und in jeder Sekunde hundert Sandkörner zählte, so würde er doch am Ende des funfzigsten Jahres noch keine Billion Sandkörner gezählt haben, sondern erst: einhundert sieben und funfzigtausend siebenhundert vier und achtzig Millionen und siebenmal hunderttausend. Zu einer Billion Sandkörner würde derselbe beinahe 317 Jahre nöthig haben.

Anmerkung. Eine andere Art von Ziffern, die man römische Ziffern nennt, darf ich doch nicht ganz mit Stillschweigen übergehen. Man findet dieselben noch bisweilen in Büchern bei Haupt- und Unterabtheilungen, wie auch auf dem Zifferblatte der Thurmuhren, und auf dem Zifferblatte der ältern Taschenuhren. Es sind nämlich folgende Buchstaben aus dem großen lateinischen Alphabete:

I.	V.	X.	L.	C.	D.	M.
1.	5.	10.	50.	100.	500.	1000.

Vierte Stunde.

Von der Addition.

In den vorigen drei Stunden haben wir gleichsam nur das ABC des Rechnens gelernt; jetzt ge-

gehen wir nun zu der Wissenschaft, welche Arithmetik oder Rechenkunst genannt wird, selbst über.

Rechnen heißt: aus einigen bekannten Zahlen eine vorher unbekannte Zahl finden. Dies geschieht, indem man die bekannten Zahlen nach gewissen Regeln mit einander verbindet oder vergleicht. Daraus entstehen dann zuvörderst die sogenannten vier Species oder Rechnungsarten, nämlich: die Addition, die Subtraction, die Multiplication und die Division.

Addiren oder zusammenzählen heißt: einige uns bekannte Zahlen in eine Summe bringen. Die Zahl, die wir nun finden (die Summe), ist die uns vorher unbekannte Zahl, die wir eben zu wissen verlangten.

Man beobachte hierbei folgende Regeln:

1) Die bekannten Zahlen, welche addirt werden sollen, müssen so unter einander gesetzt werden, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte, Tausende unter Tausende ꝛc. zu stehen kommen.

2) Hierauf zieht man unter die unterste Zahl einen Strich, und addirt die über einander stehenden Zahlen zusammen, indem man bei den Einern anfängt.

3) Beträgt die Summe einer so über einander stehenden Reihe mehr als 9, so schreibt man nur die Einer der Zahl unter die Linie, und nimmt den Zehner mit zu der nächstfolgenden

den

den Reihe; bei der letzten Reihe aber wird die erhaltene Summme ganz ausgeschrieben; z. B.

3421	die zu addirenden Zahlen oder Posten.
7342	
6564	
4510	
2641	
24478 die Summe.	

Hier beträgt die Reihe der Einer zusammen 8; man setzt daher diese 8 gerade unter die zusammengezählte Reihe. Die zweite Reihe beträgt 17; von dieser Zahl setzt man nur die 7 unter, und nimmt die 1 zur nächstfolgenden dritten Reihe. Diese macht 23, hierzu die 1 aus der vorhergehenden Reihe, ist 24; man schreibt daher die 4 gerade unter, und nimmt die 2 mit zur folgenden Reihe. Die letzte Reihe giebt zur Summe 22, hierzu die 2 aus der vorhergehenden Reihe, macht 24; diese Zahl schreibt man ganz aus, weil keine Reihe mehr folgt. Es beträgt daher die Summe der zu addirenden Posten 24478.

Hieraus ist zu ersehen, daß man die einzelnen Zahlen in jeder Reihe als bloße Einer betrachten und als solche zusammenzählen kann. Kommt eine zweizifferige Zahl zur Summe, so setzt man nur den Einer unter, und nimmt den Zehner zur folgenden Reihe.

Bekäme man aber eine dreizifferige Zahl zur Summe, so würde ebenfalls nur der Einer untergesetzt, und die übrigen zwei Ziffern zur folgen-

genden Reihe addirt. Gesetzt, die eine Reihe gäbe 123, so schreibt man nur die 3 gerade unter, und nimmt die 12 als zwölf Zehner zur folgenden Reihe.

Sind viele Posten zu addiren, so werden Anfänger im Rechnen immer sehr wohl thun, die zur folgenden Reihe gehörende Zahl gleich über der Linie zu bemerken, um sie nicht zu vergessen, oder mit einer falschen zu verwechseln, wie in folgenden Beispielen zu sehen ist.

a) 3624 Thaler.		b) 67320 Gulden.	
6243	=	7581	=
867	=	17530	=
1239	=	54123	=
3571	=	33216	=
500	=	423	=
6654	=	2125	=
322		36421	=
Summe 22698 Thaler.		3221	
		218739 Gulden.	

Um zu erfahren, ob man richtig gerechnet habe, addirt man das Exempel noch einmal. Hat man nämlich das erstemal die Zahlreihen von oben herunterwärts addirt, so addirt man sie das zweitemal von unten hinaufwärts. Kommt beidemal gleichviel heraus, so kann man ziemlich sicher seyn, sich nicht verrechnet zu haben. Kommt aber beim zweitenmal eine andere Summe, als das erstemal, so ist es nöthig, die Aufgabe zum drittenmal nachzurechnen.

Fünf=

Fünfte Stunde.

Fortsetzung der Addition.

Bei allen unsern Arbeiten und Geschäften können wir uns durch Nachdenken und durch Anwendung unsers Verstandes viel und mancherlei Vortheile zur Erleichterung und schnellern Beendigung der Arbeit verschaffen. Dies gilt vornämlich auch von der Arithmetik, und ich werde meine fleißigen Rechenschüler, bei jeder sich zeigenden Gelegenheit, aufmerksam darauf machen.

Hier bei der Addition sind besonders folgende vier Vortheile zu merken:

1) Man gewöhne sich, zwei über einander stehende Zahlen mit einemmal zu fassen; z. B. 5 und 3 ist 8; 5 und 4 ist 9; 7 und 5 ist 12; wie auch folgende, welche gerade 10 machen: $\begin{matrix}12345\\98765\end{matrix}$; sonst ist man genöthigt, die eine Zahl zur andern immer einzeln, oder wohl gar an den Fingern hinzuzuzählen. Diesen Vortheil kann man in den vorhergehenden zwei Beispielen öfters anwenden, als in Nr. a), da sage ich gleich in der ersten Reihe: 4 und 10 ist 14 und 10 dazu ist 24 und 4 ist 28; in der zweiten Reihe: 5 und die 2 aus den Einern ist 7 und 10 ist 17 und 10 ist 27 und 2 ist 29 u. s. w.

Fritz wird uns nun die Anwendung dieses Vortheils bei Nr. b) zeigen.

2) Da aus dem vorigen Vortheile sich ergiebt, daß das Springen von 10 zu 10 sehr

leicht

leicht und ohne alle Gefahr für Arme und Beine ist, so wende man dasselbe auch auf solche Zahlen an, die theils weniger, theils mehr als 10 betragen; dies sind besonders die Zahlen 9, 11 und 12. Die Anwendung dieses Vortheils ist im folgenden Exempel enthalten:

783	Pfunde.
935	=
1254	=
7668	=
6639	=
882	=
1655	=
443	
Summe 19816	Pfunde.

Hier sage ich in der ersten Reihe: 5 und 1 von der 2 ist 6, die andere 1 lege ich zur 9 und erhalte 10, folglich 6 und 10 ist 16; nun nehme ich von der 8 und 4, welche 12 machen, 2 weg und erhalte 18, dazu die übrigen 10 ist 28 und 5 ist 33 und 3 macht zusammen 36. Oder ich sage: 5 und 2 ist 7 und 10 ist 17, da aber nur 9 hinzuzuzählen war, so ist es 1 weniger, oder 16; hierzu die 8 macht 24; da nun 5 und 4 wieder 9 macht, so nehme ich sie für 10 weniger 1, also 24 und 10 macht 34 weniger 1, macht 33, und 3 dazu, ist 36.

Bei der zweiten Reihe sage ich: 5 und 3 ist 8 und 8 ist 16 und 3 ist 19; nun sehe ich 6 und 5 über einander, und nehme 1 von der 6, dann kann ich wieder einen Sprung von 10 machen, nämlich 19 und 1 ist 20 und 10 ist 30;

da nun 8 und 3 wieder 10 und 1 machen, so nehme ich gleich die 1 zur 30 wird 31 und 10 dazu wird 41.

Bei der dritten Reihe nehme ich gleich die 4 aus den Zehnern zur 6 giebt 10 und 8 ist 18, nun nehme ich von jeder 6 eins ab, wird 20 und 10 wird 30; 9 und 2 sind 11, also 30 und 1 ist 31 und 10 ist 41 und 7 macht 48.

August könnte uns nun die Anwendung dieses Vortheils von oben herunterwärts zeigen, und durch diese Probe die Richtigkeit der Berechnung darthun.

3) Zwei, drei und mehrere gleiche Zahlen kann man gleich zusammen nehmen, und ihre Summe durch Hülfe des Einmaleins *) finden; z. B. drei 5 machen 15; vier 8 machen 32; fünf 9 machen 45. Die Anwendung dieses Vortheils findet man in Nr. b) der beiden Aufgaben in der vorigen Stunde. Da sieht man in der vierten Reihe drei 7 über einander, und da die folgende 4 und 3 auch 7 macht, so sagt man gleich: 4 mal 7 ist 28.

4) Bei drei Zahlen, die gerade auf einander folgen, als:

4		5		7		8	
5	oder	6	oder	8	oder	9	darf man
6		7		9		10	

nur die mittelste dreimal nehmen, oder mit 3 multipliziren, so hat man ihre Summe, nämlich: 3 mal 5 ist 15; 3 mal 6 ist 18; 3 mal 8 ist 24; und 3 mal 9 ist 27. Denn nimmt man von der untersten Zahl 1 ab und legt es zu der obersten, so hat man jedesmal drei gleiche Zahlen.

Zur

*) Das Einmaleins steht am Ende dieses Büchleins.

Zur Uebung folgen jetzt noch einige Beispiele, aber ohne beigefügte Berechnung *).

1) Aepfel.	2) Birnen.	3) Nüsse.
24	17	120
32	27	236
16	36	514
70	41	93
35	20	227
41	8	380
		500

4) Dukaten.	5) Thaler.	6) Groschen.
316	8342	21
794	6340	13
1450	5648	20
653	30630	19
87	17696	14
1526	7404	22
	232	12

7) Centner.	8) Pfunde.
341	63421
165	7897
2327	18658
854	36789
1530	70825
983	87978
96	98054
400	9080

*) Die Resultate der sämtlichen Uebungsbeispiele sind am Schlusse beigefügt.

9)	6	10)	7654321
	54		765432
	365		76543
	1478		7654
	32541		765
	567890		76
	6789357		7

Sechste Stunde.

Von der Subtraction.

Subtrahiren oder abziehen heißt: angeben, um wie viel eine Zahl größer oder kleiner ist, als eine andere; oder: den Unterschied (die Differenz) zweier Größen oder Zahlen angeben. Diesen findet man, indem man die kleinere Zahl von der größern abzieht.

Das, was nach diesem Abzuge noch übrig bleibt, ist die vorher unbekannte Zahl, und wird Rest oder Differenz genannt. Es hat sich z. B. Karl 12 Aepfel gekauft, und giebt seinem Bruder 5 davon, so behält er noch 7 übrig. Wenn Fritz 16 gl. nach und nach gespart hat, und giebt 10 gl. davon aus, so behält er noch 6 gl. Man sagt daher: 5 von 12 bleiben 7; 10 von 16 bleiben 6. Ferner: 3 von 11 bleiben 8; 7 von 13 bleiben 6; 9 von 17 bleiben 8.

Wenn aber große Zahlen von einander abgezogen werden sollen, dann läßt sich der Rest

oder

oder der Unterschied nicht immer so leicht angeben. Da merke man sich folgende **Regeln**:

1) Man stelle die größere Zahl oben an, und schreibe die kleinere so unter, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte ꝛc. zu stehen kommen. Es sollen z. B. 356 Pfunde von 2897 Pfunden abgezogen werden, so schreibt man dieses Exempel also auf:

2897 Pfunde
356 „

2) Hierauf zieht man die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern, die Hunderte von den Hunderten ꝛc. ab, und bemerkt den jedesmaligen Rest unter der Reihe, bei welcher man abgezogen hat, als:

2897
356
Rest 2541

Man sagt nämlich: 6 von 7 bleibt 1; 5 von 9 bleibt 4; 3 von 8 bleibt 5, und nichts von 2 bleibt 2. Folglich ist der ganze Rest 2541.

3) Sind einzelne Zahlen in der untern Reihe den über ihnen stehenden ganz gleich, so **bleibt nichts übrig**, und man bezeichnet die leere Stelle mit einer Null. Am Ende oder zur linken Hand kann man die Null weglassen. Z. B.

48568 Thaler
43168
Rest 5400 Thaler.

4) Wenn aber einzelne Zahlen in der untern Reihe (im Subtrahenden) größer sind, als die über ihnen stehenden (im Minuenden), so borgt man sich eins von der nächstfolgenden Zahl der obern Reihe. Diese geborgte Eins gilt 10, weil die Ziffern in jeder höhern Stelle 10 mal mehr gelten, als in der vorhergehenden. Z. B.

6.3.2.4 Gulden
2878 "
Rest 3446 Gulden.

Hier läßt sich 8 von 4 nicht abziehen; ich borge daher eins von der nächstfolgenden 2; diese geborgte Einheit der höhern Stelle gilt 10, zu der 4 addirt, giebt 14, nun läßt sich 8 abziehen, und es bleibt 6. Da aber von der 2 eins weggeborgt ist, so habe ich nun 1, von welcher die 7 ebenfalls nicht abgezogen werden kann; daher borge ich eins von der 3 und erhalte 11, davon 7 abgezogen, bleibt 4 u. s. w.

Die Zahl, bei welcher man eins geborgt hat, bezeichnet man gewöhnlich mit einem Punkt, zum Merkmal, daß sie nun um eins weniger geworden.

5) Ist die Zahl, bei der man borgen will, eine Null, so geht man eine Stelle weiter, und wäre auch hier wieder eine Null, so geht man noch eine Stelle weiter, und so fort, bis man an eine Zahl kommt, wo man 1 borgen kann. Die Nullen nun, über die man weggeborgt hat, gelten alle 9. Z. B.

3.000

	3.000 Dukaten
	1674 "
Rest	1326 Dukaten.

Da sich 4 von 0 nicht abziehen läßt, so gehe ich zur folgenden Stelle, allein weder die zweite noch die dritte Stelle kann etwas verborgen, weil sie selbst nichts haben; ich muß daher noch um ein Haus weiter, und komme zur 3, von welcher ich 1 erhalte. Nun heißt es: 4 von 10 bleibt 6; 7 von 9 bleibt 2; 6 von 9 bleibt 3, und 1 von 2 bleibt 1.

Daß sich aber die Nullen in 9 verwandeln, davon ist dies die Ursache: Beim Rechnen nimmt jede Stelle nur das auf, was ihr gehört; die 1, die ich von der 3 geborgt habe, ist 1 Tausend, nun brauche ich doch nur 10, folglich bleiben neunhundert und neunzig oder 9 Hunderte und 9 Zehner in den beiden leeren Stellen zurück.

Siebente Stunde.

Fortsetzung der Subtraction.

Manche haben die Gewohnheit, bei den einzelnen Zahlen des Subtrahenden selbst zu borgen. Dies geht auch an, und ist besonders bei ungleichbenannten Zahlen (bei Thaler, Groschen und Pfennigen, oder bei Centner, Pfund und Lothen ꝛc.) sehr anwendbar; allein in diesem Falle gilt die mit einem Punkt versehene Zahl (von wel-

welcher man geborgt hat) eins mehr, weil der Abzug oder die Ausgabe dadurch um 1 vermehrt worden ist. Z. B.

35241 Aepfel
2·8·6·7·6

Rest 6565

Hier sage ich: 6 von 1 kann ich nicht, und borge 1 bei der unten folgenden 7, also 6 von 11 bleibt 5; ferner: 8 von 14 bleibt 6; 7 von 12 bleibt 5; 9 von 15 bleibt 6, und 3 von 3 geht auf.

Bei der Subtraction kann man die Richtigkeit der Rechnung auf eine sehr bequeme Art untersuchen, indem man nämlich den Rest wieder zu dem Subtrahenden addirt; ist die Rechnung richtig, so muß die erhaltene Summe der Summe oder Zahl im Minuenden ganz gleich seyn.

Dies läßt sich bei kleinen Zahlen am besten einsehen. Ziehe ich z. B. 4 von 9 ab, so bleiben 5 übrig; lege ich nun diesen Rest 5 wieder zu der abgezogenen 4, so muß es wieder 9 betragen. So auch im folgenden Beispiele:

3.58.4.003.2 Minuend
2849 4567 Subtrahend

734 5465 Rest.

3584 0032 Probe.

Ehe wir die Subtraction beendigen, muß ich noch eines bisweilen vorkommenden Falles erwähnen. Es kann nämlich auch treffen, daß von einer Zahl drei, vier und mehrere Posten ab-

abgezogen werden sollen. Hier würde man sich eine unnöthige Mühe machen, wenn man jeden Posten einzeln abziehen wollte; man bringt daher lieber die sämmtlichen Posten in eine Summe, und zieht sie dann auf einmal ab.

Herr Reinhold z. B. erbt 17836 Thaler; davon aber muß er, nach dem letzten Willen des Verstorbenen, bezahlen: der dasigen Arbeitsanstalt 675 Thaler; zur Erhöhung der Schullehrer-Besoldung 1236 Thaler; einem hinterlassenen treuen Bedienten 550 Thaler; einer armen nothleidenden Familie 240 Thaler. Die sämmtlichen Begräbnißkosten betrugen 93 Thaler. Wie viel ist Herrn R. übrig geblieben?

17836	Thaler. Minuend
675	-
1236	-
550	-
240	-
93	-
2794	Subtrahend
15042	Thaler, Rest.

Nun folgen noch einige

Uebungsbeispiele.

11) 43605 Francs.
8364 -

12) 74320 Gulden.
30875 -

13) 700 Ell.
365 -

14) 8003 Pfd.
2357 -

15) 473 Stein.
378 -

16)

16) 6708 Malter. 17) 80496 Scheffel.
1809 „ 21708 „

18) 900010 Sekunden. 19) 708090 Stunden.
893618 „ 698396 „

20) Herr Müller bauet 10380 Aepfel, davon verkauft er 870 Stück an Martin, 275 Stück an Beck, 595 Stück an Eulenstein, 3240 Stück an Wenzel, und 600 Stück vertheilt er unter seine fünf Kinder. Wie viel Stück hat derselbe noch übrig behalten?

Achte Stunde.

Von der Multiplication.

Multipliciren oder vermehren heißt: eine gegebene Zahl mit einer andern so viel mal nehmen, als diese Einheiten hat. Wenn ich z. B. die Zahl 8 mit 6 multipliciren soll, so heißt dies nichts anders, als ich soll die 8 sechsmal nehmen, oder eine 6 mal größere Zahl finden. Dies könnte ich zwar durch die Addition thun, indem ich die 8 sechsmal unter einander stellte, und dann diese sechs 8 addirte; allein durch Hülfe des Einmaleins kann ich dies gleich auf einmal thun, weil ich aus diesem weiß, daß 6 mal 8 48 macht. Es ist daher sehr nöthig, das am Ende auf einem besondern Blatte beigefügte Einmaleins auswendig zu lernen.

Zu

Zu einer Aufgabe in der Multiplication gehören also immer zwei Zahlen, nämlich eine, welche multiplicirt werden soll, diese heißt der Multiplicand, und eine, mit welcher man multiplicirt, oder welche anzeigt, wie vielmal jene genommen werden soll, diese heißt der Multiplicator. Beide nennt man mit einem gemeinschaftlichen Namen die Factoren. Die vorher unbekannte Zahl, welche durch die Multiplication gefunden wird, heißt das Product. Z. B.

Multiplicand	7024
Multiplicator	3
Product	21072

Aus diesem leichten Exempel sieht man, daß man zur Rechten oder bei der niedrigsten Stelle des Multiplicanden zu multipliciren anfange, und daß mit dem Multiplicator jede einzelne Zahl des Multiplicanden der Reihe nach vermehrt werde. Dadurch kommt jede einzelne Zahl des Products in ihre richtige Stelle zu stehen. Man sagt nämlich: 3 mal 4 ist 12, schreibt aber die 12 nicht ganz hin, sondern nur den Einer 2 und nimmt den Zehner 1 zur folgenden Stelle; bei dieser sagt man: 3 mal 2 ist 6 und 1 dazu ist 7; ferner 3 mal 0 ist 0 (oder dreimal nichts ist nichts), und bezeichnet diese leere Stelle mit einer Null; endlich 3 mal 7 ist 21, diese setzt man ganz unter, weil oben im Multiplicanden keine Zahl mehr folgt. Das Product von 3 mal 7024 ist daher 21072.

Hier=

Hierzu folgende Uebungsbeispiele:

21) 2 mal 5640 Thaler.
22) 3 = 8432 Dukaten.
23) 4 = 6054 Augustd'or.
24) 5 = 942 Karolin.
25) 6 = 32405 Pfund Rosinen.
26) 8 = 23054 Pfund Mandeln.

Besteht der Multiplicator aus zwei oder mehrern Ziffern, so sieht man die einzelnen Zahlen desselben, die durch die ganze Zahl ausgedrückt werden, als lauter Einer an, und multiplicirt mit jeder derselben den ganzen Multiplicanden. Oder man vermehrt erstlich alle einzelnen Zahlen des Multiplicanden mit den Einern des Multiplicators; hierauf geht man zu der nächst höhern Stelle, zu den Zehnern des Multiplicators und multiplicirt damit ebenfalls den ganzen Multiplicanden, doch so, daß die erste Ziffer des Products in die Stelle der Zehner zu stehen komme. Enthält der Multiplicator drei Ziffern, so multiplicirt man mit den Hunderten desselben, wie vorher, den ganzen Multiplicanden, rückt aber die erste Ziffer des Products um zwei Stellen hinauf, damit sie in die Stelle der Hunderte zu stehen komme. Nach geschehener Multiplication addirt man die erhaltenen einzelnen Producte, um sie dadurch in einer Summe auszudrücken.

Nachstehende Beispiele werden diese Regeln hinlänglich erläutern.

1) Mul-

1) Multiplicand	3645 thlr.	2)	5634 fl.
Multiplicator	32		43
	7290		16902
	10935		22536
Product	116640 thlr.		242262 fl.

3)	645738	4)	560048
	365		1234
	3228690		2240192
	3874428		1680144
	1937214		1120096
Product	235694370		560048
		Product	691099232

Aus diesen Berechnungen sieht man zugleich, daß die einzelnen Producte immer in der Stelle anfangen, in welcher die einzelne Zahl des Multiplicators steht.

Kommen **in der Mitte** des Multiplicators eine oder mehrere Nullen vor, so übergeht man dieselben und rückt das nächstfolgende Product um so viel Stellen weiter hinauf, als Nullen da sind. Z. B.

a)	4635	b)	75346
	208		3004
	37080		301384
	9270		226038
Product	964080	Product	226339384

Dieses Weiterhinaufrücken darf aber nie unterlassen werden, weil die Nullen nur dazu dienen, die Bedeutung der folgenden Ziffer gehörig

zu

zu bestimmen. In Nr. a) zeigt die Null in 208 an, daß kein Zehner da sey, daß aber die darauf folgende 2 zweihundert gelte. In Nr. b) zeigen die zwei Nullen in 3004 an, daß kein Zehner und kein Hunderter vorhanden sey, sondern 3 tausend und 4.

Neunte Stunde.

Fortsetzung der Multiplication.

Besteht der Multiplicator aus einer dekadischen Zahl, d. h. aus einer 1 mit einer oder mehreren Nullen, dann ist die Rechnung überaus leicht und kurz; denn in diesem Falle braucht man dem Multiplicanden nur die Nullen des Multiplicators anzuhängen, weil die 1 den Multiplicanden ganz unverändert läßt. Z. B.

a) 10 mal 345 = 3450
b) 100 „ 5674 = 567400
c) 1000 „ 986 = 986000

Durch das Hinzufügen von einer Null bei a) wird jede Ziffer des Multiplicanden (345) um eine Stelle höher hinaufgerückt, oder mit 10 multiplicirt. In Nr. c) wurden dem Multiplicanden drei Nullen angehängt, folglich wurde er dadurch mit 1000 multiplicirt.

Besteht der Multiplicator aus solchen Zahlen, als 20, 30, 40, 200, 300, 4000 u. s. w., so multiplicirt man in diesem Falle bloß mit der bedeutenden Zahl, und hängt dann dem

dem Producte die Nullen des Multiplicators an. Z. B.

```
     346             384 Schock Aepfel.
      20              60
Prod. 6920   Prod. 23040 Stück Aepfel.

   6258 Pfunde         97 Ellen
    400              5000
2503200 Pfunde.    485000 Ellen.

      754638
        4600
     4527828
    3018552
  3471334800
```

Eben dasselbe gilt auch vom Multiplicanden, wenn derselbe auf eine oder mehrere Nullen ausgeht. Z. B.

```
  7854000
     52
   15708
  39270
408408000 Product.
```

Enthalten beide Faktoren zur rechten Hand Nullen, so übergeht man sie beim Multipliciren, hängt sie aber am Ende insgesamt dem Producte an. Z. B.

1720	3754000
5400	6300
688	11262
860	22524
9288000	23650200000

Fleißigen Rechenschülern theile ich nun noch folgende Uebungsbeispiele mit, in der Hoffnung, daß sie dieselben ohne weitere Anleitung werden berechnen können.

27) Multiplicire 365 Groschen mit 12.
28) " 2436 Scheffel " 16.
29) " 7043 Wispel " 24.
30) " 65432 Metzen " 32.
31) " 8506 Eimer " 54.
32) " 73452 Ellen " 57.
33) Wie viel betragen 73 mal 18732 Centner?
34) " " 134 " 6584 Pfunde?
35) " " 205 " 12364 Lothe?
36) " " 2350 " 8570400 Kreuzer?
37) Wie heißt das Product von 400 mal 89360 Gulden?
38) Wie heißt das Product von 1234 mal 56789 Thaler?

Ehe wir diese Stunde schließen, will ich noch zwei Vortheile beim Multipliciren mittheilen.

1) Besteht eine mit 11 zu multiplicirende Zahl nur aus zwei Ziffern, so kann man das Product auf eine sehr leichte Art gleich darunter schrei-

schreiben, indem man die beiden Ziffern addirt, und ihre Summe dazwischen setzt; z. B.

11 mal 36 ist 396
11 = 42 = 462
11 = 53 = 583

Macht aber die Summe der beiden Ziffern mehr als 9, so schreibt man nur den Einer dazwischen und nimmt den Zehner zur folgenden Ziffer, als:

11 mal 58 ist 638
11 = 76 = 836.

2) Ist der Multiplicator 12, 13, 14 oder 21, 31, 41, oder überhaupt eine solche Zahl, wo entweder zur Linken oder zur Rechten eine 1 sich befindet, so läßt man den Multiplicanden gleich unverändert stehen, und multiplicirt denselben nur mit der andern Ziffer, rückt aber im ersten Fall (wenn die 1 zur Linken steht) um eine Stelle herunter, im zweiten Fall hingegen um eine Stelle höher hinauf. Z. B.

```
12 mal 374
        748  (2
       ----
       4488

21 mal 374
       748   (2
      ----
      7854
```

Bei diesem zweiten Beispiel bleibt der Multiplicand 374 als 1 mal so viel gleich unverändert stehen, und man multiplicirt denselben nur mit dem Zehner 2, rückt aber eben deswegen das Product um eine Stelle höher. Beim ersten

sten Beispiel blieb der Multiplicand auch unverändert stehen, da aber die 2 nur Einer bedeutet, so mußte das Product um eine Stelle herunter gerückt werden.

Zehnte Stunde.

Von der Division.

Dividiren (oder theilen) heißt: von zwei Zahlen angeben, wie viel mal die eine in der andern enthalten sey. So ist 6 in 30 5 mal ententhalten. Die Zahl, mit welcher man eine andere theilt, heißt der Divisor, die Zahl, welche getheilt wird, heißt der Dividend, und die vorher unbekannte Zahl, welche durch die Division gefunden wird, heißt der Quotient.

Die leichtesten Divisions-Exempel sind die, wo man den Quotienten gleich durch Hülfe des Einmaleins finden kann. Z. B. 4 ist in 12 3 mal enthalten, denn 3 mal 4 ist gerade 12. So ist 6 in 42 7 mal enthalten, denn 6 mal 7 ist 42. Ferner:

5	in	40	kann	ich	8	mal
6	-	54	-		9	-
7	-	35	-		5	-
7	-	49	-		7	-
7	-	56	-		8	-
8	-	56	-		7	-
8	-	72	-		9	-
9	-	72	-		8	-

Man

Man sieht hieraus, wie man wissen könne, daß die Zahl im Quotienten wirklich die rechte sey: wenn man nämlich dieselbe mit dem Divisor wieder multiplicirt. Beträgt das Product dann mehr, als der Dividend, so ist die Zahl im Quotienten zu groß genommen; als 4 in 21 habe ich 6 mal, dies wäre falsch, weil 4 mal 6 24 und also mehr macht, als der Dividend 21; ich kann daher nur 5 mal nehmen, und es bleibt dann 1 Rest, welchen man dem Quotienten als Bruch anhängt.

Divisor.	Dividend.	Quotient.
4	21	$5\frac{1}{4}$
	20	
	1	

Wenn man den Divisor mit der Zahl im Quotienten multiplicirt, und dies Product vom Dividenden abzieht, so darf höchstens 1 weniger als der Divisor übrig bleiben. Bleibt mehr übrig, so hat man im Quotienten eine zu kleine Zahl genommen, als:

falsch			richtig		
6	43	6	6	43	$7\frac{1}{6}$
	36			42	
Rest	7		Rest	1	

Ist aber der Dividend eine so große Zahl, daß man den Quotienten nicht auf einmal finden kann, so geht man theil- oder stückweise zu Werke, indem man mit dem Divisor in die höhere Stelle des Dividenden theilt, und so von Stelle zu Stelle bis zu den Einern herunter. Z. B.

Divisor.	Dividend.	Quotient.
4	1328	332
	12	
	12	
	12	
	8	
	8	
	0	

Hier kann ich mit dem Divisor 4 in die 1 des Dividenden nicht theilen, und sollte dies im Quotienten durch eine Null bemerken; da aber die Null zur Linken ganzer Zahlen gar keine Bedeutung hat, so läßt man sie weg; ich theile daher 4 in 13 und habe 3 mal, denn 3 mal 4 ist 12, von 13 abgezogen, bleibt 1. Zu dieser 1 ziehe ich die oben folgende 2 herunter, und habe nun 12 durch 4 zu theilen, folglich kommt in den Quotienten wieder 3; 3 mal 4 ist 12, von 12 bleibt nichts. Nun ziehe ich endlich auch die 8 herunter, theile sie durch 4 und erhalte 2; 2 mal 4 ist 8, von 8 abgezogen, geht auf. Folglich ist der gefundene Quotient 332; und gerade so oft ist der Divisor 4 in dem Dividenden 1328 enthalten.

Dies Exempel läßt sich aber auch so anwenden: es wären 1328 Thaler unter 4 Geschwister zu theilen, so würde jedes 332 Thaler bekommen.

Wenn man also eine Zahl in gleiche Theile theilen will, so darf man sie nur durch eine Zahl dividiren, die so groß ist, als die Anzahl der Theile, in die man sie theilen will.

Um

Um zu erfahren, ob man richtig getheilt habe, so multiplicirt man den gefundenen Quotienten mit dem Divisor, da dann der vorige Dividend wieder zum Vorschein kommen muß, als:

```
 332
   4
----
1328
```

Dies nennt man die Probe der Division, auf welche wir in der folgenden Stunde noch einmal zurückkommen werden. Ist aber ein kleiner Rest geblieben, so wird dieser bei der Probe wieder zu dem Producte des Divisors und Quotienten addirt.

Hierzu noch einige Beispiele:

```
a) 6|8256|1376          b) 7|1528|218 2/7
    |6   |                  |14  |
    ------                  ------
     22                      12
     18                       7
    ----                    ----
      45                      58
      42                      56
    ----                    ----
       36                      2
       36
     ----
       ..
```

```
c)  8|405076|50634⁴⁄₈
     |40
     ------
       50
       48
       ---
        27
        24
        ---
         36
         32
         ---
          4
```

In Nr. c) ging gleich die erste Theilung (8 in 40) auf; da ich nun mit dem Divisor 8 in die heruntergezogene 5 nicht theilen konnte, so bemerkte ich dies durch eine Null im Quotienten, und zog die folgende Ziffer im Dividenden (0) herunter, und sagte: 8 in 50 habe ich 6 mal u. s. w.

Die Probe auf dies letztere Exempel ist wie folgt:

```
50634⁴⁄₈
       8
--------
  405076
```

Wenn der Divisor nur aus einer Ziffer besteht, so können auch Anfänger schon die Berechnung etwas ins Kürzere ziehen, wenn sie die jedesmaligen einzelnen Producte in Gedanken von dem Dividenden abziehen. Wir wollen hierzu Nr. a) und b) wieder vornehmen.

```
a) 6|8256|1376        b) 7|1528|218²⁄₇
    |22                   |  12
      45                     58
      36                      2
     ----
```

Oder

Oder noch kürzer, wenn man unter den Dividenden eine Linie zieht, und den Quotienten gleich darunter setzt, wo man dann auch den jedesmaligen Rest im Sinn behält, als:

a) 6|8256 b) 7|1528

1376 Quot. $218\frac{2}{7}$ Quot.

Uebungsbeispiele.

39) Dividire 3578 thlr. durch 2.
40) = 11737 thlr. = 3.
41) = 12826 fl. = 4.
42) = 2227830 fl. = 5.
43) 4 Geschwister haben sich in 5376 Gulden zu theilen; wie viel beträgt der Antheil eines jeden?
44) 5 Knaben haben 3680 Wallnüsse zu theilen; wie viel wird jeder davon bekommen?
45) 6 Mädchen theilen sich in 2250 Stecknadeln; wie viele erhält jedes?
46) Herr M. hat 7 Centner Zucker gekauft und 525 Thaler dafür bezahlt; wie theuer kommt ihm 1 Centner?
47) Wie viel beträgt der Quotient von 9875 dividirt durch 8?
48) Ein Menschenfreund schenkte den 9ten Theil seines Vermögens, das aus 78888 Thalern bestand, den Armen; wie viel erhielten diese?

Elf-

Elfte Stunde.

Fortsetzung der Division.

Da die vorgelegten Divisionsexempel in der vorigen Stunde durchgängig sehr leicht zu berechnen waren, so habe ich meinen lieben Rechenschülern dort noch gar keine eigentlichen Regeln gegeben; allein jetzt wird es nöthig, sie ihnen mitzutheilen, da wir nun einige Schritte weiter vorwärts gehen wollen.

Regeln bei der Division.

1) Man fängt die Division allemal zur Linken des Dividenden an, damit man das, was bei der einzelnen Theilung der höhern Stellen übrig bleibt, zu der nächstniedern Stelle übertragen kann.

2) Bei der einzelnen Theilung des Divisors in den Dividenden darf man nie über 9 im Quotienten nehmen.

3) Wenn in der Mitte oder am Ende der Rechnung die Zahl, in welche man theilen soll, kleiner ist, als der Divisor, so schreibt man eine Null in den Quotienten, und zieht die folgende Ziffer aus dem Dividenden herunter.

4) Es darf nie so viel, als der Divisor beträgt, übrig bleiben, noch weniger mehr; die höchste Zahl, die übrig bleiben darf, ist 1 weniger, als die Zahl des Divisors.

5) Daß man in dem Quotienten keine zu große Zahl nehmen darf, ist, wie die vorige Regel, oben schon bemerkt worden.

Wir

Wir gehen nun zu solchen Divisionsexempeln über, bei welchen der Divisor aus zwei, drei und mehreren Ziffern besteht.

Hierbei kommt sehr viel darauf an, die richtige Zahl im Quotienten leicht zu finden. Diese findet man dadurch am besten, wenn man mit der äußersten Ziffer des Divisors (linker Hand) in die äußerste Ziffer des Dividenden theilt. Z. B.

```
32|7488|234 Quotient.
  |64  |
  ----
   108
    96
  ----
   128
   128
  ----
   ...
```

Anstatt zu sagen: 32 in 74, sage ich lieber: 3 in 7 habe ich 2 mal, mit dieser 2 multiplicire ich den Divisor 32 und erhalte 64, diese von 74 abgezogen, bleibt 10, zu welcher ich die oben folgende 8 herunter ziehe. Nun sollte ich wieder sagen: 32 in 108; allein ich finde den Quotienten leichter, wenn ich 3 in 10 dividire, da kann ich 3 mal nehmen, 3 mal 32 macht 96, von 108 abgezogen, bleiben 12, zu dieser nun noch die oben folgende 8, wird 128. Jetzt heißt es: 3 in 12 habe ich 4 mal, denn 4 mal 32 ist 128.

Wäre aber die letzte Ziffer im Dividenden weniger als 8, z. B. eine 2 oder 3 oder 7 gewesen, so hätte ich im Quotienten nur 3 mal nehmen

men können; denn 4 mal hätte mehr betragen, als der Dividend.

Ferner:

56 | 198578 | $3546\frac{2}{56}$ Quotient.
168

305
280

257
224

338
336

2

Hier durfte ich bei der zweiten Theilung nicht 6 mal nehmen, obgleich 5 in 30 sechsmal enthalten ist, weil durch die Multiplication mit der 6 drei im Sinn bleiben, und das Product 336 folglich zu viel betragen hätte. Eben so war es auch bei der dritten Theilung, wo ich aus eben der Ursache im Quotienten nur 4 mal nehmen konnte.

Ein Beispiel, wo der Divisor aus drei Ziffern besteht:

234 | 158679 | $678\frac{27}{234}$
1404

1827
1638

1899
1872

27

In

In diesem Exempel mußte durchgängig im Quotienten etwas weniger genommen werden, wegen der Multiplication mit den übrigen Ziffern des Divisors. Folgte aber auf die 2 im Divisor eine 7 oder 8 oder 9, so müßte man im Quotienten eine noch kleinere Zahl wählen, wie aus folgendem Beispiel zu ersehen ist.

```
385|937475|2435
   |770   |
    ------
    1674
    1540
    ------
     1347
     1155
     ------
      1925
      1925
      ------
         0
```

Zwölfte Stunde.

Fortsetzung der Division.

Aus der neunten Stunde wird sich jeder noch erinnern, wie leicht damals die Multiplication mit einer dekadischen Zahl (mit 10, 100, 1000 ꝛc.) war; und eben so leicht ist auch die Division mit dergleichen Zahlen.

Besteht nämlich der Divisor aus einer solchen Zahl, so darf man nur rechts vom Dividenden so viel Ziffern abschneiden, als der Divisor Nullen hat. Die abgeschnittenen Ziffern enthalten

halten

halten den Rest, und die übrigen geben den Quotienten. Z. B.

10 | 5786,5 oder $5786\frac{5}{10}$

100 | 657,89 oder $657\frac{89}{100}$

1000 | 874,675 oder $874\frac{675}{1000}$

Ist aber die neben den Nullen stehende Ziffer mehr als 1, so schneidet man zwar auch so viel Ziffern vom Dividenden ab, als der Divisor Nullen hat, dividirt aber hernach noch mit der bedeutenden Zahl. Z. B.

```
2|0 |3784|3 |1892 3/20
    |2      |
    ----
     17
     16
    ----
      18
      18
    ----
       4
       4
    ----
```

Oder kürzer:

```
2|0 |3784|3
    ---------
    1892 3/20 Quotient.
```

Ferner:

```
4|00 |1536|25
     ---------
     384 25/400 Quotient.

6|000 |735|426
       (3)
      ------------
      122 3426/6000 Quotient.
```

In diesem letztern Beispiele blieb bei der letztern Theilung 3 übrig, diese wird als Rest

zur

zur Linken der abgeschnittenen Ziffern hinzugefügt.

Enthalten aber sowohl der Divisor, als auch der Dividend am Ende mehrere Nullen, so streicht man von beiden eine gleiche Anzahl weg, und setzt dann die Division mit den bedeutenden Zahlen fort. Z. B.

```
24øø|1521600øø|6340 Quot.
    |144      |
    ----
      81
      72
     ----
      96
      96
     ----
       0
```

Da die Division mit 24 in 96 gerade aufgeht, so wird die im Dividenden noch übrige Null dem Quotienten angehängt, damit die Ziffern desselben ihre richtige Stelle bekommen.

Wie man die Richtigkeit eines Divisionsexempels darthun, oder die Probe auf dasselbe machen könne, ist schon oben erwähnt worden; hier füge ich daher nur noch die Bemerkung hinzu: daß die beiden Rechnungsarten, die Multiplication und Division, einander am besten zur Probe dienen.

Will man die Probe auf ein Multiplicationsexempel machen, so dividirt man das erhaltene Product durch den vorigen Multiplicator, und erhält dann, wenn richtig gerechnet worden, den vorigen Multiplicanden zum Quotienten, wie folgendes Beispiel zeigt.

```
    5726     Multiplicand
    3600     Multiplicator.
  ------
  34356
 17178
--------
20613600     Product.
```

Probe.

```
36ØØ | 206136ØØ | 5726
     | 180      |
     -----
        261
        252
       -----
         93
         72
        ----
        216
        216
        ----
          0
```

Uebungsbeispiele.

49) Dividire 441 Schock Aepfel durch 21.
50) = 10116 Schock Nüsse = 12.
51) = 1095 Schk. Aprikosen = 15.
52) = 5760 Schillinge = 16.
53) = 15958 Thaler = 52.
54) = 61161 Gulden = 87.
55) Wie heißt der Quotient von 6789, dividirt durch 50?
56) Wie heißt er von 54937, dividirt durch 400?
57) 600 Soldaten haben eine Beute von 73800 Gulden gemacht; wie viel kommt auf jeden?

58)

58) In einer Stadt, welche 347 Häuser hatte, wurden 5205 Soldaten einquartiert; wie viel kamen deren im Durchschnitt auf jedes Haus?

Dreizehnte Stunde.

Vom Addiren mit ungleichbenannten Zahlen.

Lieben Rechenschüler! die vier Rechnungsarten, oder die sogenannten vier Species, die wir zeither lernten, enthielten entweder unbenannte Zahlen, d. h. wo zwar eine bestimmte Menge, aber keine bestimmte Art von Dingen ausgedrückt wird, oder gleichbenannte Zahlen, d. h. wo bei der bestimmten Menge auch noch eine gewisse Art Dinge bestimmt wurde. Diese Bestimmung der Dinge aber war immer nur von einerlei Art, nämlich Aepfel, Nüsse, Centner, Ellen, Thaler, Gulden u. s. w.

Allein bei der Anwendung des Rechnens im menschlichen Leben sind die vorkommenden Fälle nicht immer von so einfacher, sondern öfters von sehr zusammengesetzter Art. Dahin gehören nun vornämlich die Rechnungen mit den in Teutschland so verschiedenen Geld- und Münzsorten, Maaßen und Gewichten. Die Eintheilung derselben befindet sich am Ende dieses Büchleins.

Wir gehen daher jetzt zur Anwendung der vier Rechnungsarten auf ungleichbenannte Zahlen, d. h. bei welchen gemeiniglich verschiedene

dene Einheiten vorkommen, als Thaler, Groschen, Pfennige, Gulden, Kreuzer, Pfennige, Centner, Steine, Pfunde, Lothe ꝛc.

Da man ungleichartige Dinge weder addiren noch subtrahiren kann, so merke man sich für beide Rechnungsarten folgende zwei Hauptregeln:

1) Die verschiedenen Sorten müssen gehörig unter einander gesetzt werden, so daß Thaler unter Thaler, Groschen unter Groschen und Pfennige unter Pfennige zu stehen kommen. Dasselbe gilt auch von den verschiedenen Sorten der Maaße und Gewichte.

2) Die Ziffern einer jeden Sorte müssen ebenfalls richtig unter einander zu stehen kommen, nämlich Einer unter Einer, Zehner unter Zehner ꝛc.

Nachstehende Additionsexempel werden deutlich zeigen, wie dergleichen Rechnungen anzusetzen und zu berechnen sind.

Fritz hatte in seiner Sparbüchse 6 thlr. 18 gl. 8 pf., erhielt hierzu an seinem Geburtstage vom Vater 1 thlr. 8 gl., von der Mutter 16 gl. und ein ganz neues 8 Pfennigstück, von der Schwester 5 gl. 4 pf. und vom Großvater 2 thlr. 14 gl. 8 pf. Wie viel wird Fritz jetzt haben? Der Ansatz nach obigen zwei Hauptregeln ist folgender:

6 thlr.	18 gl.	8 pf.
1 =	8 =	— =
— =	16 =	8 =
— =	5 =	4 =
2 =	14 =	8 =
(9 thlr.	61 gl.	28 pf.)

Sich

Sich selbst überlassen, würde wohl ein jeder die einzelnen Posten so zusammenzählen, wie ich sie gleich darunter gesetzt habe. Dies wäre zwar nicht unrichtig addirt, allein der Ausdruck der Summe läuft gegen den Sprachgebrauch. Wir sagen nicht: 3 thlr. und 28 gl., sondern 4 thlr. und 4 gl.; eben so wenig sagen wir: 8 gl. und 30 pf., sondern (da die 30 pf. 2 gl. 6 pf. betragen) 10 gl. und 6 pf. Bei der Addition der Thaler, Groschen und Pfennige muß man daher wissen, daß 12 pf. einen Groschen, und 24 gl. einen Thaler machen. Die richtig ausgedrückte Summe findet man durch folgende Berechnung:

6 thlr.	18 gl.	8 pf.
1 =	8 =	— =
— =	16 =	8 =
— =	5 =	4 =
2 =	14 =	8 =
2	2	
11 thlr.	15 gl.	4 pf.

Man fängt, wie bekannt, von der rechten Hand an zu addiren, um die in den kleinern Sorten enthaltenen Einheiten der höhern Sorte zu diesen mit hinüber zu nehmen. Die Summe der Pfennige beträgt 28, da nun 12 pf. einen Groschen machen, so enthalten 28 Pfennige 2 gl. und noch 4 pf. darüber. Letztere schreibt man gleich unter die Pfennige, und zählt die 2 gl. zu der nun folgenden höhern Sorte, zu den Groschen. Die Summe derselben ist 63. Um aber zu finden, wie viel Thaler in 63 gl. enthalten sind, dividirt man dieselben durch 24, denn so oft

oft die 24 in 63 enthalten ist, so viel sind auch Thaler darin:

$$24\,|\,\underset{48}{63}\,|\,2 \text{ thlr.}$$

$$15$$

Es sind also 2 thlr. und noch 15 gl. darüber; letztere schreibt man gleich unter die Groschen und addirt die 2 thlr. zu der folgenden höhern Sorte, zu den Thalern, deren Summe nun 11 macht. Folglich beträgt die ganze Summe 11 thlr. 15 gl. 4 pf.

Bei dem Zusammenzählen, besonders von wenigen Posten, kann man öfters gleich die höhern Einheiten aus den niedern, ohne Anwendung einer förmlichen Division, herausnehmen, wie in diesem Beispiele. Ein jeder sieht hier gleich 3 mal 8 pf. vor sich stehen, welche 24 pf. oder 2 gl. betragen. Bei den Groschen nimmt man gleich 16 und 8 gl. zusammen, und bekommt 1 thlr., dann 18 und 5 gl. sind 23, dazu noch 1 gl. von 14, so hat man wieder 1 thlr., 13 gl. und die 2 gl. aus den Pfennigen sind 15 gl.

Folgendes Beispiel bedarf nun keiner weitern Erklärung.

374	thlr.	21	gl.	7	pf.
136	=	19	=	5	=
480	=	5	=	6	=
76	=	3	=	8	=
746	=	20	=	6	=
80	=	4	=	4	=
128	=	16	=	3	=
3		3			
2023	thlr.	19	gl.	3	pf.

Es

Es sind ferner zu addiren:

47 Ct.	54 ℔	21 Lt.	3 Qt.
16 =	78 =	24 =	2 =
23 =	104 =	30 =	3 =
18 =	97 =	22 =	1 =
9 =	99 =	29 =	— =
— =	80 =	24 =	3 =
3 =	108 =	16 =	2 =
5	5	3	
	110 | 625 | 5 550 75	32 | 169 | 5 160 9	4 | 14 | 3 12 2
121 Ct	75 ℔	9 Lt.	2 Qt.

Die 14 Quentchen wurden hier durch 4 dividirt, weil 1 Loth 4 Quentchen enthält; es kamen 3 Loth, welche gleich bei den Lothen bemerkt sind. Die Summe der Lothe beträgt 169, welche durch 32 dividirt wurden, weil 1 Pfund 32 Lothe hat. 110 Pfund machen 1 Centner, daher wurde die Summe der Pfunde (625) durch 110 dividirt.

Bei den jetzt folgenden Uebungsbeispielen ist es nöthig, sich die am Ende beigefügte Eintheilung der Münzen, Maaße und Gewichte bekannt zu machen, dann wird sie jeder mit leichter Mühe berechnen können.

59)	16 gl.	4 pf.	60)	3 thlr.	12 gl.	4 pf.
	7 =	8 =		6 =	10 =	5 =
	5 =	6 =		7 =	15 =	6 =
	10 =	9 =		14 =	8 =	3 =
	18 =	9 =		31 =	16 =	6 =
	20 =	3 =		5 =	— =	1 =

61) 5 Ct. 2 St. 14 ℔

18 =	3 =	16 =
23 =	4 =	20 =
19 =	3 =	18 =
34 =	2 =	12 =
9 =	— =	8 =
16 =	4 =	— =

62) 16 ℔ 18 Lt. – Qt.

21 =	12 =	3 =
37 =	24 =	2 =
56 =	30 =	3 =
19 =	16 =	— =
43 =	28 =	2 =
28 =	14 =	2 =

63) 22 Schfl. 12 Mz.

19 =	15 =
31 =	9 =
27 =	13 =
8 =	10 =
14 =	14 =

64) 3 Wsp. 18 Schfl. 7 Mz.

14 =	21 =	13 =
36 =	23 =	15 =
23 =	17 =	11 =
7 =	19 =	9 =
38 =	22 =	14 =

65) Herr Händel hat an Druckpapier nach Leipzig geliefert: a) 14 Ballen 7 Ries 10 Buch, b) 7 Ballen 5 Ries 16 Buch, c) 19 Ballen 8 Ries 8 Buch, d) 13 Ballen 4 Ries 12 Buch, e) 8 Ballen 10 Buch, f) 3 Ries 4 Buch. Wie viel in allen?

66) Eine Obsthändlerin verkauft den ersten Tag 14 Schock 3 Mandel 6 Stück Aepfel; den zweiten 11 Schock 2 Mandel 12 Stück; den dritten 12 Schock 3 Mandel 14 Stück; den vierten 9 Schock 2 Mandel; den fünften 8 Schock 13 Stück; den sechsten 10 Schock 3 Mandel 10 Stück und den siebenten 16 Schock 3 Mandel 5 Stück. Wie viel Aepfel hat sie die ganze Woche hindurch verkauft?

67) Einer hat folgende Schulden ausstehen: bei A. 350 thlr. 18 gl. 9 pf.; bei B. 114 thlr.

21 gl. 10 pf.; bei C. 78 thlr. 17 gl. 11 pf. und bei D. 235 thlr. 22 gl. 8 pf. Wie viel beträgt die Summe?

68) B. in Nürnberg ist schuldig: dem Bäcker 73 fl. 35 kr. 2 pf.; dem Fleischer 165 fl. 42 kr.; dem Weinhändler 389 fl. 54 kr.; dem Schneider 123 fl. 12 kr. 2 pf.; dem Schuhmacher 59 fl. 36 kr. und dem Juden N. 416 fl. 30 kr. Wie viel in Summa?

Vierzehnte Stunde.

Vom Subtrahiren mit ungleichbenannten Zahlen.

Die in der vorigen Stunde gegebenen zwei Hauptregeln, in Ansehung eines richtigen Ansatzes, müssen auch hier genau befolgt werden. Hat man dann den Subtrahenden nach allen seinen Theilen richtig unter den Minuenden gesetzt, so wird man den Rest jederzeit ohne viele Mühe finden.

Zu noch mehrerer Erleichterung für meine lieben Rechenschüler will ich die hieher gehörigen Exempel unter drei Rubriken bringen, nämlich:

1) Wenn der Minuend in allen seinen Theilen größer ist, als der Subtrahend; in diesem Falle, welches überhaupt der leichteste unter allen ist, zieht man die Zahlen jeder Sorte von einander ab, und schreibt den Rest unter die Linie; z. B.

386	thlr.	18	gl.	10	pf.	Einnahme	
235	=	10	=	6	=	Ausgabe	
151	thlr.	8	gl.	4	pf.	Rest.	

70	Ct.	4	St.	20	℔	24	lt.	Einkauf
68	=	3	=	11	=	16	=	Verkauf
2	Ct.	1	St.	9	℔	8	lt.	Rest.

2) Wenn der Minuend in einer seiner kleinern Benennungen oder Sorten entweder gar nichts, oder weniger als die darunter stehende Zahl des Subtrahenden enthält. Da borgt man sich oben bei dem nächsten Nachbar, oder bei der nächst höhern Sorte eine Einheit, zieht die Zahl des Subtrahenden davon ab, und addirt dann die oben noch befindliche Zahl dazu. Z. B.

4063	thlr.	17	gl.	4	pf.
3658	=	8	=	8	=
405	thlr.	8	gl.	8	pf.

Hier können 8 pf. von 4 pf. nicht abgezogen werden, man borgt daher oben bei der nächst höhern Sorte, bei den Groschen, einen, den man sich gleich als 12 pf. denkt, die 8 pf. davon abzieht und zu dem Rest 4 die oben befindlichen 4 pf. addirt. Manche legen den geborgten Groschen als 12 pf. zu den oben befindlichen 4 pf., welches 16 pf. macht; von diesen 8 pf. abgezogen, bleiben ebenfalls 8 pf. Rest.

36·	Schock	2·	Mdl.	—	Stck.
28	=	3	=	10	=
7	Schock	2	Mdl.	5	Stck.

Hier

Hier enthält der Minuend gar kein einzelnes Stück, man zieht daher die 10 Stück im Subtrahenden von dem 1 geborgten Mandel oder von 15 Stück ab. Da sich nun 3 Mandel von 1 Mandel nicht abziehen lassen, so borgt man 1 Schock, welches 4 Mandel hat, sagt: 3 von 4 bleibt 1, dazu noch das oben stehende 1 Mandel, macht 2 Mandel.

3) Wenn der Minuend nur eine höhere Sorte, der Subtrahend aber mehrere kleinere Sorten enthält. Da borgt man bei der höchsten Sorte des Minuenden eins und vertheilt dies unter die niedern Sorten, oder man borgt bei den höhern Sorten des Subtrahenden selbst. Z. B.

17'3' Ct.	(5')	(22')	(32)
97 „	2 Stein	16 ℔	24 Lt.
75 Ct.	2 Stein	5 ℔	8 Lt.

Da hier der Minuend 173 Ct. enthält, wovon der aus vier Sorten bestehende Subtrahend abgezogen werden soll, so borgt man 1 Centner, und schreibt ihn als 5 Stein hin; von diesen borgt man wieder 1 Stein und schreibt ihn als 22 Pfunde in die Stelle der Pfunde, und borgt endlich auch davon wieder ein Pfund.

Will man aber bei den höhern Sorten des Subtrahenden borgen, so muß man wohl bemerken, daß die Zahl, von welcher man 1 geborgt hat, dann um 1 mehr werde. (S. den Anfang der 7ten Stunde.) Die vorige Aufgabe wird hiernach also berechnet:

173'

173 Ct.	—	—	—
97 =	2 Stein	16 ℔	24 Lt.
75 Ct.	2 Stein	5 ℔	8 Lt.

Zu diesen drei Fällen noch einige Beispiele ohne weitere Erklärung.

1)

Carolin.	thlr.	gl.	pf.
57	5	18	9
19	2	12	9
38 Car.	3 thlr.	6 gl.	— pf.

2)

60 Wisp.	11 Schfl.	4 Metz.
39 =	18 =	10 =
20 Wisp.	16 Schfl.	10 Metz.

3)

65 Jahre	105 Tage	10 Std.	20 Min.	30 Sek.
51 =	300 =	16 =	45 =	50 =
13 Jahre	169 Tage	17 Std.	34 Min.	40 Sek.

4)

1000 Mfl.	—	—
650 =	18 gl.	4 pf.
349 Mfl.	2 gl.	8 pf.

Daß die Addition der Subtraction zur Probe diene, ist in der 7ten Stunde schon gezeigt worden. Ein jeder kann daher die Richtigkeit der vorhergehenden Exempel dadurch probiren, daß er den gefundenen Rest wieder zu dem Subtrahenden addirt, wo dann der obige Minuend wieder hervorkommen muß.

Uebungsbeispiele.

69) Subtrahire 17 gl. 10 pf. von 1 thlr. 6 gl. 3 pf.

70) = 22 thlr. 6 pf. von 30 thlr. 18 gl. 2 pf.

71) Subtrahire 83 ℔ 16 Loth von 1 Centner.

72) = 3 Schock 3 Mandel 12 Stück von 20 Schock.

73) A. ist 400 thlr. schuldig, und bezahlt darauf 135 thlr. 15 gl. 6 pf.; wie viel ist er nun noch schuldig?

74) B. hat ein Stück Feld für 213 Mfl. (meißnische Gulden) 12 gl. gekauft, und darauf gleich baar 186 thlr. 15 gl. 6 pf. bezahlt; wie viel hat er noch zu zahlen?

75) C. hat 1 Wisp. 4 Schfl. 6 Metzen Korn ausgesäet und 8 Wisp. 6 Schfl. 10 Metzen geärndtet; wie viel hat er mehr geärndtet, als ausgesäet?

76) D. hatte 20 Ballen 15 Buch 20 Bogen Druckpapier vorräthig, und verkauft davon 9 Ballen 6 Ries 16 Buch 20 Bogen; wie viel bleibt ihm noch übrig?

77) E. hatte 6 Stück Tuch, welche 132 Ellen enthielten, davon verkauft er Montags 19 Ellen 2 Viertel, Dienstags 23 Ellen 3 Viertel, Mittwochs 35 Ellen 2 Viertel, Donnerstags 36 Ellen 1 Viertel und Freitags 17 Ellen; wie viel wird er noch übrig haben?

78) F. hat 19000 thlr. im Vermögen, dagegen aber ist er schuldig: an G. 374 thlr. 18 gl., an H. 126 thlr. 11 gl. 9 pf., an I. 635 thlr. 17 gl., an K. 1000 thlr., an L. 87 thlr. 9 gl. 5 pf., und an M. 243 thlr. 13 gl. 4 pf. Wie viel bleibt ihm, nach Abzug dieser Schulden, noch reines Vermögen?

Der

Der Ansatz dieser beiden letztern Aufgaben sollte wohl einem jeden aus der 7ten Stunde bekannt seyn; zum Ueberfluß aber will ich doch die letzte Aufgabe in ihrem richtigen Ansatze hier mittheilen.

19000 thlr.	—	—	Minuend
374 =	18 gl.	— pf.	Subtrahend in Summa
126 =	11 =	9 =	
635 =	17 =	— =	
1000 =	— =	— =	
87 =	9 =	5 =	
243 =	13 =	4 =	
			Rest.

Funfzehnte Stunde.

Vom Multipliciren mit ungleichbenannten Zahlen.

In der achten Stunde ist bereits erklärt worden, was multipliciren im Allgemeinen heiße; hier lernen wir nun diese Rechnungsart auf zwei besondere Fälle anwenden.

1) Eine gegebene Zahl von verschiedenen Sorten in die geringste Sorte zu verwandeln, oder auszurechnen, wie viel Einheiten in der geringsten oder niedrigsten Sorte alle die vorhergehenden höhern enthalten. Z. B. wie viel Pfennige enthalten 56 Thaler?

Zur

Zur Beantwortung dieser Frage wäre es hinreichend zu wissen, wie viel Pfennige 1 Thaler enthalte; 56 Thaler müßten dann 56 mal so viel Pfennige enthalten. Da aber sehr oft bei der höhern Benennung auch noch ein und mehrere niedere vorkommen, so verwandelt man lieber die höhere Sorte in die nächst niedere, und diese wieder in die nächst niedere, wobei man jederzeit die gegebenen niedern Sorten mit dazu addirt. Wir verwandeln daher die obigen 56 Thaler erst in Groschen, indem wir sie mit 24 multipliciren, weil 1 Thaler aus 24 Groschen besteht.

```
 56 thlr.
 24
-----
 224
112
-----
1344 gl.
```

Multiplicirt man nun diese 1344 gl. nochmals mit 12 (weil 1 Groschen aus 12 Pfennigen besteht), so zeigt das Product, wie viel Pfennige in den 56 Thalern enthalten sind.

```
 1344 gl.   oder:  1344 multiplicirt mit 12.
   12              2688
 -----            -----
  2688            16128 pf.
 1344
 -----
 16128 pf.
```

Wären es aber 56 thlr. 18 gl. 6 pf. gewesen, so würde die Berechnung folgendermaßen geschehen:

56 thlr. 18 gl. 6 pf.	Oder: 56 thlr. 18 gl. 6 pf.
24	24
224	242
112	112
1344	1362 gl. mit 12.
18 add.	2730
1362 gl.	16350 pf.
12	
2724	
1362	
16344	
6 add.	
16350 pf.	

Das Verfahren in der ersten Berechnung liegt vor Augen; bei der zweiten wurden die 18 gl. gleich in Gedanken dazu addirt, nämlich 4 mal 6 ist 24, dazu 8 gl. ist 32, ferner 4 mal 5 ist 20, dazu die 3 aus den Einern, ist 23 und noch den 1 Zehner von 18 gl. ist 24. Bei der Multiplication der Groschen mit 12 wurde es nach der kürzern Methode eben so gemacht, nämlich 2 mal 2 ist 4, dazu die obigen 6 pf. ist 10 u. s. w.

Wie viel Lothe sind in 43 Ct. 58 ℔ 16 Lt. enthalten? Die Berechnung ist auf doppelte Art folgende:

43 Ct. 58 ℔ 16 Lt.	Oder: 43 Ct. 58 ℔ 16 Lt.
110	110
430	4788 ℔.
43	32
4730	9592
58	14364
4788 ℔.	153232 Lt.
32	
9576	
14364	
153216	
16	
153232 Lt.	

Es ist leicht zu sehen, daß ich bei der zweiten Art gleich mit der ganzen 11 multiplicirt habe, nämlich 0 ist 0, dazu die 8 ℔ ist 8, dann 11 mal 3 oder 3 mal 11 ist 33, dazu die 5 von 58 ℔ ist 38, endlich 4 mal 11 ist 44, dazu die im Sinn behaltene 3 ist 47.

Uebungsbeispiele.

79) 4 thlr. 4 gl., wie viel sind es Groschen?
80) 8 gl. 4 pf., wie viel Pfennige?
81) 31 ℔ 8 Lothe, wie viel Lothe?
82) 71 Ct. 2 ℔ 16 Lt., wie viel Quentchen?
83) 141 Wsp. 11 Schfl. 1 Metz., wie viel Metzen?
84) 3 Jahre 64 Tage 16 Stunden 24 Minuten, wie viel Minuten?
85) 41 fl. 40 kr., wie viel Pfennige?
86) 5 Eimer 45 Kannen Wein, wie viel Kannen? (1 Eimer zu 64 Kannen.)

Sechs-

Sechszehnte Stunde.

Fortsetzung.

2) Die Multiplication mit ungleichbenannten Zahlen lehrt ferner: wie eine gegebene Zahl von verschiedenen Benennungen oder Sorten mehrere mal genommen werde.

Bei allen hieher gehörigen Exempeln ist der Multiplicator eine unbenannte Zahl, denn sie zeigt blos an, wie oft man den Multiplicanden nehmen soll. Wäre der Multiplicator auch eine benannte Zahl, so gäbe dies entweder fast gar keinen Sinn, oder man müßte den wahren Sinn der Aufgabe erst hervorsuchen. Z. B. 16 Thaler 8 Groschenmal nehmen, giebt, den trockenen Worten nach, gar keinen Sinn; denke ich mir aber die Aufgabe so, daß etwa 1 Thaler in Papiergelde für 8 Groschen verkauft würde, so würden 16 solcher Thaler 16 mal 8 Groschen werth seyn. Oder ich sollte 12 Ellen mit 3 thlr. multipliciren; das Product ist entweder 36 Ellen oder 36 Thaler, je nachdem der Sinn der Aufgabe ist. Gilt nämlich 1 Elle 3 Thaler, so kosten 12 Ellen 12 mal 3 Thaler oder 36 Thaler; kaufe ich aber für 1 thlr. 12 Ellen, so kann ich für 3 thlr. 3 mal 12 Ellen oder 36 Ellen kaufen.

Dergleichen Aufgaben gehören zwar schon zur Regeldetri, allein da sie im gemeinen Leben sehr häufig vorkommen, so wird sich jeder, der den wahren Sinn der Aufgabe untersucht, leicht helfen können.

Be-

Besteht der Multiplicator nur aus einer Ziffer, so ist die Berechnung der hieher gehörenden Exempel mehrentheils sehr leicht. Was betragen z. B. 4 mal 2 thlr. 16 gl. 6 pf., oder wenn die Elle Tuch für 2 thlr. 16 gl. 6 pf. verkauft wird, was kosten da 4 Ellen? Die Antwort ist: 4 mal so viel, was die eine Elle kostet, nämlich 4 mal 2 thlr., 4 mal 16 gl. und 4 mal 6 pf. Allein aus der 8ten Stunde muß es noch bekannt seyn, daß man die niedern Stellen des Multiplicanden zuerst multiplicire, um die darin enthaltenen höhern mit zu den höhern hinauf zu nehmen. Dies gilt auch hier, und die Berechnung unserer Aufgabe ist, wie hier stehet:

2 thlr. 16 gl. 6 pf. mit 4.
$\hat{2}$ $\hat{2}$

10 thlr. 18 gl. — =

4 mal 6 pf. sind 24 pf. oder 2 gl., welche gleich bei der folgenden Sorte (den Groschen) bemerkt werden, um sie nicht zu übersehen. 4 mal 16 gl. sind 64, dazu die 2 aus den Pfennigen, sind 66 gl., durch 24 dividirt (weil 1 Thaler aus 24 Groschen besteht), giebt 2 thlr. und 18 gl.; letztere schreibt man unter die Groschen und bemerkt die 2 thlr. unter den Thalern. 4 mal 2 thlr. endlich sind 8 und die 2 aus den Groschen dazu sind 10 thlr., welche man untersetzt. Folglich kosten die 4 Ellen Tuch 10 thlr. 18 gl.

Gesetzt aber, man hätte eine halbe Elle mehr gekauft, so würde diese noch halb so viel, als 1 Elle kostet, betragen, nämlich 1 thlr. 8 gl.

3 pf.,

3 pf., und dann wäre der ganze Betrag 12 thlr. 2 gl. 3 pf.

Anmerkung. Mit fähigen Köpfen können die Lehrer öfters dergleichen Uebungen mit Halben und Vierteln von Ellen, Pfunden, Centnern rc. vornehmen; im Allgemeinen aber muß es in diesem Büchlein bis zur Bruchrechnung verspart werden.

Noch einige Beispiele:

Wenn der Scheffel Korn mit 3 thlr. 15 gl. 4 pf. bezahlt wird, was kosten 5 Scheffel? Oder wie viel beträgt 5 mal 3 thlr. 15 gl. 4 pf.?

3 thlr. 15 gl. 4 pf. mit 5.
3 1
18 thlr. 4 gl. 8 pf.

Der Centner Zucker wurde vor einiger Zeit in Leipzig mit 87 thlr. 21 gl. bezahlt; was kosteten damals 7 Centner? Antwort: 7 mal so viel, nämlich:

87 thlr. 21 gl. mit 7.
6
615 thlr. 3 gl.

Was betragen 8 mal 213 Mfl. 8 gl. 8 pf.? (Oder wenn von 8 Dörfern jedes 213 Mfl. 8 gl. 8 pf. zur Kriegssteuer geben sollen, wie viel beträgts?)

213 Mfl. 8 gl. 8 pf. mit 8.
3 5
1707 Mfl. 6 gl 4 pf.

Wie heißt das Product von 2 Ct. 45 ℔ 24 Lt. 2 Qt., multiplicirt mit 9 Augustd'or? (D. h. wenn ich für 1 Augustd'or 2 Ct. 45 ℔

24 Lt. 2 Qt. einkaufen kann, wie viel Ct. ꝛc. würde ich für 9 Augustd'or bekommen?)

2 Ct. 45 ℔ 24 Lt. 2 Qt. mit 9.
3 6 4

21 Ct. 81 ℔ 28 Lt. 2 Qt.

Uebungsbeispiele.

87) 5 thlr. 10 gl. 3 pf. multiplicirt mit 3.
88) 16 fl. 24 kr. 2 pf. = = 4.
89) 10 Schfl. 3 Vrtl. 2 Metz. = = 6.
90) Was kosten 7 Ellen görlitzer Tuch, die Elle zu 3 thlr. 14 gl 4 pf.?
91) Wie viel hat N. für 8 Ct. Eisen zu bezahlen, wenn er den Centner für 7 thlr. 15 gl. 9 pf. gehandelt hat?
92) Wie theuer kommen diese 8 Ct. Eisen in Nürnberg, wenn der Centner daselbst mit 15 fl. 10 kr. bezahlt wird?

Besteht aber der Multiplicator aus mehr als einer Ziffer, dann multiplicirt man entweder eine jede Sorte des Multiplicanden, und nimmt, wie in den vorigen Beispielen, die darin enthaltene Zahl der höhern Sorte durch die Division heraus; oder man erleichtert sich die Rechnung durch das Zerfällen des Multiplicators. Von beiden Arten der Berechnung folgen hier einige Beispiele.

Als das Pfund Indigo mit 13 thlr. 11 gl. 8 pf. bezahlt wurde, was kosteten damals 32 Pfund? Antwort: 32 mal so viel.

```
13 thlr.      11 gl.          8 pf.
                              32
------------------------------------------
26            22         12|256|21 gl.
39            33            24 |
----          ----         ------
416           352           16
 15            21           12
----        ------         ------
         24)373 |15 thlr.   4 pf.
            24  |
           ------
            133
            120
           ------
            13 gl.
------------------------------------------
431 thlr.     13 gl.          4 pf.
```

32 mal 8 pf. sind 256 pf., diese durch 12 dividirt, kommen 21 gl. 4 pf.; ferner 32 mal 11 gl. sind 352 gl., dazu die 21 gl. aus den Pfennigen, so sind es 373 gl., welche durch 24 dividirt werden und 15 thlr. 13 gl. geben. 32 mal 13 thlr. sind 416 thlr., dazu die 15 thlr. aus den Groschen, so kommen 431 thlr.

Allein mit zerfälltem Multiplicator ist die Berechnung nicht nur kürzer, sondern auch leichter. Die Zahl 32 läßt sich nämlich in 4 mal 8 zerfällen. Nimmt man nun den Multiplicanden erst 4 mal und dann dies 4fache Product wieder 8 mal, so erhält man ebenfalls das 32fache Product, wie hier folgt:

```
13 thlr. 11 gl. 8 pf.     mit 32
   1       2              ------
----------------------(4  4 mal 8.
53   =   22  =  8 =
   7       5
----------------------(8
431 thlr. 13 gl. 4 pf.
```

Man

Man kann aber auch erst das 8fache Product suchen, und dieses dann mit 4 multipliciren, so erhält man ebenfalls das 32fache Product; denn 4 mal 8 ist 32, und 8 mal 4 ist auch 32. Die Berechnung ist dann folgende:

```
13 thlr. 11 gl. 8 pf.   mit 32
   3        5                 ------
------------------------(8   8 mal 4.
107   .  21   .  4  .
   3        1
------------------------(4
431 thlr. 13 gl. 4 pf.
```

Anmerkung. Wie man den Multiplicator durch das Einmaleins zerfällen oder in kleinere Factoren zerstreuen könne, dazu giebt mein: Kurzes und leichtes Rechenbuch für Anfänger, wie auch für Bürger- und Landschulen, von welchem in eben dieser Verlagshandlung die 3te Auflage erschienen ist, einen ausführlichen Unterricht, so wie auch über mehrere Rechnungs-Operationen, die in diesem Rechenschüler nur kurz oder gar nicht berührt werden konnten.

Wie viel betragen 42 mal 8 Wsp. 13 Schfl. 12 Metzen? Die Rechnung ist auf beide Arten folgende:

```
8 Wisp.          13 Schfl.          12 Metzen.
                                    42
---------------------------------------------
336              26                 24
 24              52                 48
----                  31       16)-----
             24)-----              504 | 31 Schfl.
                 577 | 24 Wsp.      48 |
                  48 |             -----
                -----               24
                  97               -----
                  96                8 Metzen.
                -----
                 1 Schfl.
---------------------------------------------
360 Wisp.         1 Schfl.          8 Metzen.
```

E Oder:

Oder:

```
8 Wsp. 13 Schfl 12 Metz. mit 42
  3      4                 ------
-----------------------(6  6 mal 7.
51  .  10  .  8  .
 3      3
-----------------------(7
360 Wsp. 1 Schfl. 8 Metz.
```

Uebungsbeispiele.

93) 27 Ellen Tuch, die Elle zu 2 thlr. 15 gl. 9 pf.?

94) 35 Pfund Kaffee, zu 1 thlr. 3 gl. 7 pf. das Pfund?

95) Von 36 Kaufleuten hat jeder 137 thlr. 18 gl. 10 pf. zur Kriegssteuer gegeben; wie viel beträgts?

96) P. lebte 49 Wochen in Dresden und verzehrte wöchentlich 26 thlr. 13 gl. 7 pf.; wie viel hat ihm sein dasiger Aufenthalt gekostet?

97) Q. hat 17 holländische Käse gekauft, von welchen jeder 23 ℔ 10 Lt. 3 Qt. wiegt. Wie viel Centner, Pfunde ꝛc. hat derselbe erhalten?

98) R. kann für 1 Dukaten 2 Ries 3 Buch 12 Bogen Schreibpapier kaufen; wie viel wird derselbe für 31 Dukaten bekommen?

Noch ein paar Worte an die fleißigsten unter meinen lieben Rechenschülern.

Nicht alle Aufgaben sind immer so beschaffen, daß der Multiplicator gleich vor Augen liegt, sondern man muß denselben öfters durch ein wenig Nachdenken erst hervorsuchen, oder die Aufgabe theilen. Ich gebe Ihnen daher noch folgende 2 Aufgaben mit nach Hause, und werde mich sehr freuen, wenn Sie mir morgen die richtigen Resultate mitbringen werden.

99) Ein Fürst hat in seinem Garten 13 Arbeiter angestellt, von welchem jeder täglich 9 gl. bekommt. Wie viel erhalten die sämmtlichen Arbeiter in einem Vierteljahre? (Vorausgesetzt, daß sie die Sonntage nicht arbeiten und folglich auch nichts erhalten.)

100) Ein Fabrikant hat 60 Arbeiter, giebt denselben die Kost und täglich noch 4 gl. 6 pf. Wie viel beträgt nun der Unterhalt dieser Leute in 3 Monaten, nämlich im Mai, Juni und Juli, wenn er die Kost für jeden täglich zu 5 gl. 6 pf. berechnet? (Die Sonntage bekommen sie blos die Kost und kein Geld.)

Siebenzehnte Stunde.

Vom Dividiren mit ungleichbenannten Zahlen.

Hier haben wir dreierlei zu lernen, nämlich:

1) auszurechnen, wie viel Einheiten der höhern Sorte in einer vorgelegten Zahl oder Summe der niedern Sorte enthalten sind. 800 Pfennige z. B. wie viel sind es Thaler? oder wie viel Centner sind in 356688 Quentchen enthalten? Man dividirt nämlich in diesem Falle die niedrigste Sorte durch die Zahl, welche anzeigt, wie viel Einheiten der niedern Sorte auf die nächst höhere gehen. Dadurch macht man aus den Pfennigen Gro-

schen und aus diesen Thaler; aus den Quentchen macht man Lothe, aus diesen Pfunde und aus diesen endlich Centner. Die Berechnung der Frage: wie viel Thaler in 800 pf. enthalten sind? ist folgende:

```
                 24
   12|800 pf.|66 gl.|2 thlr.
     |72     |48    |
      ----    ----
       80     18 gl.
       72
      ----
       8 pf.
```

Die gefundene Antwort ist: 2 thlr. 18 gl. 8 pf.; nämlich 800 pf. enthalten oder geben 66 gl. und noch 8 pf. darüber, die 66 gl. aber betragen 2 thlr. 18 gl. Die obige zweite Frage war: wie viel Centner geben 356688 Quentchen? und ihre Berechnung ist, wie hier folgt:

```
                    32          11|0
  4|356688 Qt. |89172 Lt.|278|6|25 Ct.
    --         |64        ---
    36          ----      58
    --          251       ---
     6          224       36 ℔.
    --          ----
     28          277
     --          256
      8          ----
     --           212
                  192
                  ----
                  20 Lt.
```

Der Quotient oder die gefundene Antwort ist: 25 Ct. 36 ℔ 20 Lt. Die Quentchen werden nämlich durch 4 dividirt (weil 4 Qt. auf 1 Loth ge-

gehen), und geben 89172 Lothe; diese werden durch die Division mit 32 zu Pfunden gemacht und geben 2786 ℔. und noch 20 Lothe darüber; dividirt man endlich die erhaltenen Pfunde durch 110 (weil 1 Centner 110 ℔ hat), so kommen 25 Ct. und noch 36 ℔.

Es ist eine sehr nützliche Uebung und zugleich eine Wiedererinnerung dessen, was in der 15ten Stunde vorgetragen worden, wenn man auf dergleichen Exempel die Probe macht, d. h. wenn man die erhaltenen höhern Einheiten wieder in die niedrigste verwandelt.

Uebungsbeispiele:

101) 100 gl. wie viel sind es Thaler?
102) 100 pf. wie viel — Groschen?
103) 1000 Lothe, wie viel — Pfunde?
104) 1000000 Quentchen, wie viel — Centner ꝛc.?
105) 13579 Metzen, wie viel — Wispel?
106) 1234567 Sekunden, wie viel — Tage?

2) Die Division lehrt uns ferner: von einer gegebenen Zahl einen gewissen bestimmten Theil finden. Die gegebene Zahl ist der Dividend, und der Divisor bestimmt dann den Theil, welcher gefunden werden soll. 3 Geschwister haben sich z. B. in 50 thlr. zu theilen, wie viel wird jedes erhalten? Die zu theilende Zahl ist 50 thlr. und der Divisor die 3 Geschwister. Die Benennung Geschwister kommt in gar keinen Betracht, sondern man sieht diese Zahl als eine unbenannte Zahl an, welche bloß anzeigt, in wie viel Theile das Geld getheilt werden soll.

```
3|50 thlr.|16 thlr. 16 gl.
  20
  18
  --
   2
  24
  --
3|48 gl.
  18
  18
  --
```

Bei der Division der 50 thlr. durch 3 bleiben 2 thlr. übrig, die man in Groschen verwandelt, oder mit 24 multiplicirt; theilt man nun die 48 gl. auch durch 3, so kommen noch 16 gl. Folglich beträgt der Antheil eines jeden 16 thlr. 16 gl.

Hieraus sieht man zugleich, daß sich die Benennung des Quotienten nach der Benennung des Dividenden richte, wenn nämlich der Divisor als eine unbenannte Zahl angesehen werden kann.

Was kostet 1 Pfund Zucker, wenn die Mutter für 5 Pfunde 3 thlr. 11 gl. 4 pf. bezahlt hat? Antwort: den 5ten Theil.

```
5| 3 thlr. 11 gl. 4 pf.|16 gl.
 |24
 ---
  83 gl.
  33
  30
  --
   3 gl.
  12
5)---
  40 pf. |8 pf.
  40
  --
```

Da

Da sich der Divisor 5 in 3 thlr. als Thaler betrachtet, nicht theilen läßt, so verwandelt man dieselben in Groschen und addirt gleich die nebenstehenden 11 gl. dazu. Nun bleiben aber, nach geschehener Theilung, noch 3 gl. übrig, die mit 12 in Pfennige verwandelt werden und, indem man die obern 4 pf. dazu addirt, 40 pf. geben.

Dergleichen Exempel mit einzifferigen Divisoren können viel kürzer auf folgende Art berechnet werden:

83 40
5 | 3 thlr. 11 gl. 4 pf.
72 36
— = 16 gl. 8 pf. Quotient.

Man notirt sich nämlich den Betrag des Restes in der niedern Sorte unter dieser Sorte selbst, oder auch zur Seite der Rechnung.

6 Ellen Tuch sind mit 19 thlr. 22 gl. bezahlt worden, wie theuer kommt 1 Elle? Antwort: den 6ten Theil.

19 thlr. 22 gl. 46 gl.
1 24 42
6) 3 thlr. 7 gl. 8 pf. 4 gl. oder 48 pf.

A. erhielt für 8 thlr. 19 ℔ 20 lt. von einer gewissen Waare, wie viel würde derselbe für 1 thlr. bekommen haben? Antw. 8 mal weniger, oder den 8ten Theil.

116
19 ℔ 20 lt.
3 96 4 16
8) 2 ℔ 14 lt. 2 Qt.

Wie

Wie viel beträgt der 10te Theil von 580 thlr. 15 gl. 10 pf.? (Man erinnere sich hierbei an die kurze und leichte Division mit der Zahl 10, aus der 12ten Stunde.)

58|0 thlr. 1|5 gl. 1|0 pf.
6|0

10) 58 thlr. 1 gl. 7 pf.

Uebungsbeispiele.

107) B. kauft 6 Pferde für 442 thlr. 14 gl., wie viel kostet ihm 1 Pferd?

108) C. hat 8 Scheffel Waitzen für 21 thlr. 2 gl. verkauft; wie theuer kommt 1 Scheffel?

109) D. hat monatlich 50 thlr. 15 gl. einzunehmen; wie viel kann er wöchentlich ausgeben, wenn er nichts davon sparen will?

110) Fünf Erben haben 2582 fl. rheinisch zu theilen; wie viel wird jeder erhalten?

111) 7 Centner Rindfleisch kosteten 84 thlr. 5 gl. 3 pf.; wie theuer kommt 1 Centner?

112) 10 Dorfschaften sollen 1237 Mfl. 8 gl. Kriegssteuer bezahlen; wie viel wird jede dazu beitragen?

Achtzehnte Stunde.

Fortsetzung der Division.

Besteht der Divisor aus einer zwei- oder mehrzifferigen Zahl, so kann man den Quotienten nicht immer auf eine so kurze Art finden, wie in der vorigen Stunde gezeigt worden, sondern man

man muß, wenn sich der Divisor nicht durch das Einmaleins zerfällen läßt, mit der ganzen Zahl in die höchste Sorte dividiren, den Rest in die nächst niedere Sorte verwandeln, und die aus dem Dividenden hieher gehörende Zahl dazu addiren, und auf diese Art die Division bis zur kleinsten Sorte fortsetzen.

Wie viel beträgt z. B. der 42ste Theil von 741 Wisp. 13 Schfl. 8 Metzen?

```
42|741 Wsp. 13 Schfl. 8 Metz.|17 Wsp.
   321      .
   294      .
Rest 27 Wsp. .
   24 . . .
   121
   54 .
42|661 Schfl.|15 Schfl.
   241
   210
Rest 31   .
   16
42|504 Metzen|12 Metzen
   84
   84
   0
```

Der gefundene Quotient oder der 42ste Theil ist also: 17 Wisp. 15 Schfl. 12 Metzen. Erstlich sind 741 Wisp. durch 42 dividirt worden, es kommen 17 Wisp. und bleiben deren noch 27 übrig.

übrig, welche sich nicht mehr durch 42 theilen lassen. Dieser Rest wird daher in die nächst niedere Sorte, in Scheffel, verwandelt, und die obigen 13 Schfl. dazu addirt. Die erhaltenen 661 Schfl. werden nun wieder durch 42 dividirt, und geben 15 Scheffel, nebst 31 Rest. Dieser wird mit 16 in Metzen verwandelt, und die obern 8 Metzen dazu genommen. Endlich werden auch die erhaltenen 504 Metzen durch 42 dividirt, und geben gerade noch 12 Metzen.

Da sich aber der Divisor 42 durch das Einmaleins in 6 mal 7 zerfällen läßt, so kann man die Rechnung dadurch sehr abkürzen, wenn man nämlich erst den 6ten Theil sucht, und dann von diesem den 7ten Theil nimmt, wodurch man ebenfalls den 42sten Theil erhält, nämlich wie hier folgt:

42		741 Wisp.	13 Schfl.	8 Metzen.
6 mal 7	6)	3		
		123	· 14	· 4 Metzen.
		4	5	
	7)	17 Wisp.	15 Schfl.	12 Metzen.

Dies geht aber, wie gesagt, nur da an, wo sich der Divisor durchs Einmaleins zerfällen läßt. Im folgenden Beispiel kann man diese kürzere Rechnungsart schon nicht anwenden.

Was kostet ein Centner von der Waare, von welcher 31 Ct. mit 1790 thlr. 20 gl. bezahlt wurden?

```
31 | 1790 thlr. 20 gl. | 57 thlr.
   | 155
   ----
     240
     217
   ----
      23
      24
   ----
     112
     46
   ----
31 | 572 gl. | 18 gl.
     262
     248
   ----
      14
   ----(12
31 | 168 pf. | 5 13/31 pf.
   | 155
   ----
      13
```

Uebungsbeispiele.

113) 32 Schock Eier kosten 20 thlr. 10 gl. 8 pf.; wie theuer 1 Schock?

114) 50 Scheffel Hafer sind mit 65 thlr. 15 gl. bezahlt worden; was kostet 1 Scheffel?

115) Was kostet die Kanne Bier, wenn der Eimer von 64 Kannen 1 thlr. 16 gl. gilt?

116) 73 Ellen kosten 179 thlr. 18 gl., was 1 Elle?

117) 123 Stein Wolle für 656 thlr. 20 gl., was 1 Stein?

118) 2340 Pfund Kaffee für 2080 thlr., was kostet 1 Pfund?

3) Endlich giebt es auch noch Fälle, wo der Divisor ebenfalls eine wirklich benannte Zahl ist. Da muß sowohl der Divisor, als auch der Dividend unter einerlei Benennung gebracht werden; der Quotient ist dann unbenannt, oder erhält seine Benennung nicht durch die Division, sondern durch die Nebenbestimmungen der Aufgabe.

Wie oft sind 5 thlr. 16 gl. 4 pf. in 954 thlr. 8 gl. enthalten? oder wie viel Stück August- und Friedrichsd'or kann man für 954 thlr. 8 gl. einwechseln, wenn 1 Stück mit 5 thlr. 16 gl. 4 pf. bezahlt wird?

5 thlr. 16 gl. 4 pf.	954 thlr. 8 gl.	
24	24	
136 gl.	3824	
(12	1908	
1636 pf.	22904 gl.	
	(12	
	274848 pf.	168 mal oder Stück.
	11124	
	9816	
	13088	
	13088	

Da der Divisor 1636 pf. in dem Dividenden 274848 pf. 168 mal enthalten ist, so ist auch leicht einzusehen, daß man eben so viel solcher Goldstücke, deren eins 5 thlr. 16 gl. 4 pf. gilt, bekommen würde.

Ma-

Madam F. giebt ihrer Köchin 10 thlr., wofür sie Zucker kaufen soll; wie viel Pfunde wird dieselbe erhalten, wenn der Kaufmann für das Pfund 16 gl. 4 pf. verlangt? Antwort: sie wird so viel Pfunde erhalten, als so oft die 16 gl. 4 pf. in den 10 thlrn. enthalten sind. Die Berechnung ist folgende:

16 gl. 4 pf.	10 thlr.	
(12	(288	$14\frac{136}{196}$ mal.
196 pf.	2880 pf.	
	920	
	784	
	136	

Madam F. würde hiernach 14 ℔ Zucker bekommen und noch 136 pf. oder 11 gl. 4 pf. übrig behalten; legte sie also zu den 10 thlrn. noch 5 gl. hinzu, so würde sie gerade 15 ℔ bekommen.

Uebungsbeispiele.

119) Wie oft sind 3 Wisp. 15 Schfl. 4 Metz. Gerste in 127 Wisp. 5 Schfl. 12 Metzen enthalten?

120) D. will wissen, wie oft er 7 Mfl. 13 gl. 7 pf. von 397 Mfl. 7 gl. 4 pf. ausgeben könne?

121) Wie viel Schafe wird Meister H. für 100 thlr. erhalten, wenn er für jedes 2 thlr. 18 gl. 8 pf. geben soll?

122) Wie viel Laubthaler à 1 thlr. 14 gl. kann E. für 395 thlr. 1 gl. einwechseln?

123) Wie oft sind 5 thlr. 12 gl. in 926 thlr. 18 gl. enthalten; oder wenn 1 Augustd'or 5 thlr.

12 gl. gilt, wie viel Stücke wird man für 926 thlr. 18 gl. bekommen können?

124) G. soll für 1 Dukaten 3 thlr. und 9 pf. geben, wie viel Stücke wird er für 184 thlr. 21 gl. 9 pf. bekommen?

Anmerkung. Daß die Multiplication und Division einander zur Probe dienen, dies ist schon in der 12ten Stunde erwähnt worden; die lieben Rechenschüler werden daher sehr wohl thun, wenn sie immer auf diese Art die Richtigkeit ihrer Berechnungen probiren.

Neunzehnte Stunde.

Wiederholung der vorhergehenden vier Rechnungsarten in einigen gemischten Beispielen.

Im gemeinen Leben kommen öfters Fälle vor, wo die Anwendung einer der vorhergehenden Rechnungsarten nicht zureicht, sondern wo man deren zwei bis drei, ja wohl alle vier anwenden muß. Dergleichen Aufgaben erfordern immer einiges Nachdenken, besonders in Ansehung der Ordnung, in welcher man die verschiedenen Rechnungsarten anzuwenden habe. Wir wollen uns in dieser Stunde mit einigen solchen Beispielen beschäftigen, da sie eine recht nützliche Uebung gewähren.

1) Ein Landmann hat 6 Ochsen und 2 Pferde; er braucht täglich für 1 Ochsen 2 Mäßchen, für 1 Pferd aber 5 Mäßchen Frucht; wie lange

lange wird derselbe mit 5 Wispel 5 Scheffel 7 Metzen und 2 Mäßchen ausreichen?

Hier untersuche man erst, wie viel Frucht für 6 Ochsen und 2 Pferde täglich erforderlich sey, als:

6 Ochsen à 2 Mäßchen brauchen		12 Mäßchen.
2 Pferde à 5	- -	10 -
	zusammen	22 Mäßchen.

So oft nun diese 22 Mäßchen in dem Vorrathe des Landmanns enthalten sind, so viele Tage wird derselbe damit ausreichen können, nämlich:

```
22 Mßch. | 5 Wsp. 5 Schfl. 7 Mtz. 2 Mßch.
         |24
        ------
         125 Schfl.
     ----------(16
     2007 Metz.
     ----------(4
     8030 Mßch. |365 Tage oder 1 Jahr.
     66         |
     ----
     143
     132
     ----
      110
      110
     ----
```

2) Ein Pachter hat eine Heerde von 600 Stück Schafen, darunter sind 146 Hammel und 70 Lämmer; er läßt dieselben scheeren und erhält von einem Hammel 8 ℔, von einem Schafe 7 ℔ und von einem Lamme 4 ℔ Wolle. Wie viel wird derselbe aus dieser Wolle lösen, wenn er den Stein für 9 thlr. 12 gl. verkauft?

Da

Da die Anzahl der Schafe, von welchen jedes 7 ℔ Wolle giebt, nicht bekannt ist, so wird dieselbe gefunden, wenn man die Hammel und Lämmer addirt und die Summe derselben von der Anzahl der ganzen Heerde abzieht; es sind 384 Schafe. Nun berechnet man erstlich, wie viel Pfund Wolle dieselben geben, macht die Pfunde durch die Division mit 22 zu Stein, und sucht endlich den Betrag in Gelde. Die Berechnung ist folgende:

146 Hammel	à 8 ℔ geben	1168 ℔.
384 Schafe	à 7 = =	2688 =
70 Lämmer	à 4 = =	280 =

22 | 4136 ℔. | 188 Stein.
193
176
176
176

188 Stein à 9 thlr. betragen	1692 thlr.
188 = à 12 gl. oder $\frac{1}{2}$ thlr. sind 188 halbe Thaler oder	94 =
der ganze Ertrag ist	1786 thlr.

3) Ein hallischer Bürger kauft einen Ochsen für 63 thlr. 16 gl., mästet ihn einige Zeit, in welcher ihm das Futter 9 thlr. 10 gl. 6 pf. kommt; für das Schlachten bezahlt er 10 gl., Accise und andere Ausgaben betrugen 2 thlr. 15 gl. 6 pf. Dagegen bekommt er für die Haut 6 thlr. 4 gl., den Talg rechnet er zu 6 thlr. 12 gl. und die Eingeweide für 1 thlr. 16 gl.; an Fleisch aber

aber bekommt er 660 ℔. Wie hoch kommt demselben hiernach 1 Pfund Fleisch?

Die Berechnung dieser Aufgabe ist folgende:

Kaufgeld für den Ochsen	63 thlr.	16 gl.	—
Futter . .	9 =	10 =	6 pf.
Für das Schlachten .	— =	10 =	—
Accise u. s. w. .	2 =	15 =	6 =
Summe der Kosten	76 thlr.	4 gl.	—

Hievon geht ab:

Für die Haut	6 thlr.	4 gl.
Für den Talg	6 =	12 =
Für die Eingeweide	1 =	16 =
	14 =	8 = —

es bleiben noch 61 thlr. 20 gl. —

und so viel kosten die 660 Pfunde Fleisch; 1 ℔ kostet daher den 660sten Theil, welcher also gefunden wird:

660 | 61 thlr. 20 gl.
24
264
122
1484 gl. | 2 gl.
1320
164
(12
1968 | $2\frac{648}{660}$ pf.
1320
648

Folglich kostet ein Pfund 2 gl. und beinahe 3 pf.

Uebungsbeispiele.

125) Ein Oekonom verkauft 87 Schafe, jedes für 2 thlr. 16 gl., 6 Ochsen, jeden für 52 thlr. 8 gl., und 10 Kälber, jedes für 3 thlr. 9 gl. Von diesem Gelde bezahlt er eine Schuld von 354 thlr. 11 gl. und kauft sich und seiner Familie für 45 thlr. 18 gl. 6 pf. Kleidungsstücke. Wie viel hat derselbe übrig behalten?

126) Herr W. will wissen, wie es mit seinem Vermögen stehe, und macht dazu folgenden Entwurf: I.) das Activ-Vermögen besteht 1) in einem Hause, das 2400 thlr. werth ist, 2) in Mobilien, welche 400 thlr. betragen, 3) in 329 thlr. 14 gl. 5 pf. baaren Geldes, 4) in ausstehenden Schulden, nämlich bei A. 536 thlr. 12 gl., bei B. 257 thlr. 10 gl. 8 pf., bei C. 39 thlr. 21 gl., bei D. 41 thlr. — 10 pf., bei E. 115 thlr. 16 gl. 6 pf. II) Das Passiv-Vermögen besteht: 1) in einer Consensschuld von 1000 thlr. auf das Haus; 2) in einer Rechnung für Bau-Reparaturen von 75 thlr. 19 gl.; 3) in einer Schneider- und Schuhmacher-Rechnung von 47 thlr. 11 gl. 9 pf.; 4) an restirenden Steuern 37 thlr. 15 gl. 7 pf. Wie viel wird hiernach dessen wirkliches Vermögen betragen?

Zwan-

Zwanzigste Stunde.

Vorübungen zu der Rechnung mit Brüchen.

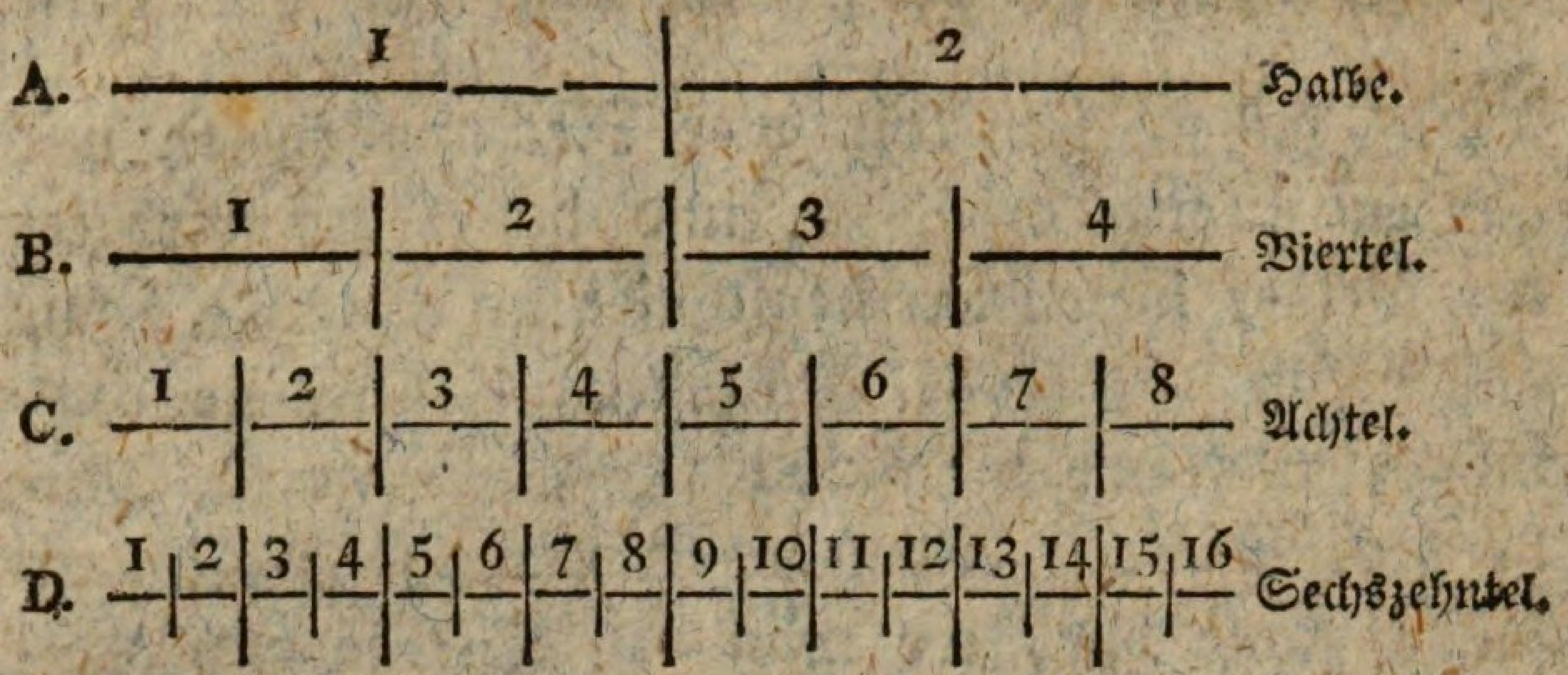
Wir haben nun die vier Rechnungsarten mit ganzen Zahlen beendigt, und hoffentlich wird jeder meiner lieben Rechenschüler im Stande seyn, alle dahin gehörende Aufgaben, sollten sie auch bisweilen etwas verwickelt seyn, ohne viele Mühe aufzulösen. Allein es kommen sehr oft auch solche Fälle vor, wo man den Betrag von Halben, Vierteln, Achteln ꝛc. zu wissen verlangt; wo man ganze Zahlen und Brüche mit Brüchen multipliciren und dividiren muß. Selbst in der Regeldetri können wir die Brüche nicht vermeiden, ja sie gewähren uns da die schönsten Vortheile zu einer leichten und kurzen Berechnung.

Da aber jeder, der einst ein recht fertiger und geschickter Rechner werden will, es bei diesem ersten Unterrichte nicht wird bewenden lassen, so werden wir uns jetzt nur mit den unentbehrlichsten und leichtesten Regeln bekannt machen.

Jede Zahl läßt sich in mehrere gleiche Theile theilen. Theilt man sie in zwei gleiche Theile, so nennt man einen solchen Theil die **Hälfte**, oder ein **Halbes**; theilt man sie in 4 gleiche Theile, so heißt ein solcher Theil **ein Viertel**, 3 solcher Theile heißen **drei Viertel**.

Je mehrere Theile man aus dem Ganzen macht, desto kleiner werden dieselben, wie ein

jeder an den hier beigefügten vier Linien wahrnehmen kann.



Die Linie A ist in zwei, B in vier, C in acht und D in sechszehn gleiche Theile getheilt; jeder derselben bekömmt seinen Namen von der Anzahl der Theile, in welche die Linie getheilt worden. Auch sieht man hieraus, daß 2 Viertel eben dieselbe Länge haben, als ein Halbes, daß 6 Achtel gerade so viel betragen, als 3 Viertel, und daß 8 Sechszehntel gerade so lang sind, als 4 Achtel, oder 2 Viertel, oder 1 Halbes.

Bei einem jeden Bruch lassen sich zwei Zahlen unterscheiden; die eine zeigt an, in wie viel gleiche Theile das Ganze getheilt worden, und diese Zahl heißt der Nenner des Bruchs; die andere Zahl, welche der Zähler genannt wird, zeigt an, wie viel dieser gleichen Theile von dem Ganzen hieher gehören.

Wenn man Brüche schreibt, so trennt man den Zähler von dem Nenner durch einen kleinen Querstrich, so daß letzterer allemal unter dem Zähler zu stehen kommt.

Ein

Ein Halbes wird geschrieben $\frac{1}{2}$
ein Drittel - - $\frac{1}{3}$
zwei Drittel - - $\frac{2}{3}$
drei Viertel - - $\frac{3}{4}$
fünf Sechstel - - $\frac{5}{6}$

Wie werden nun nachstehende Brüche gelesen?
$\frac{3}{5}, \frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{11}{12}, \frac{7}{15}, \frac{23}{24}, \frac{43}{50}, \frac{89}{110}, \frac{5}{4}, \frac{8}{3}, \frac{27}{8}$.

In den letztern drei Brüchen ist der Zähler größer, als der Nenner, sie enthalten daher ein und mehrere Ganze, und werden unächte Brüche genannt. Die Ganzen lassen sich sehr leicht finden, wenn man den Zähler durch den Nenner dividirt. So enthält $\frac{5}{4}$ ein Ganzes und $\frac{1}{4}$; $\frac{8}{3}$ enthält 2 und $\frac{2}{3}$, und in $\frac{27}{8}$ sind 3 und $\frac{3}{8}$ enthalten. Aechte Brüche sind diejenigen, wo der Zähler kleiner ist, als der Nenner.

Hängt der Bruch an einer ganzen Zahl, so nennt man dies einen gemischten Bruch, z. B. $4\frac{1}{2}$, $5\frac{3}{4}$. Einen solchen gemischten Bruch verwandelt man in einen unächten, wenn man die ganze Zahl mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt und den Zähler dazu addirt, als: $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$; $5\frac{3}{4} = \frac{23}{4}$. Man nennt dies auch das Einrichten der Brüche.

Bei Brüchen von benannten Zahlen enthält der dadurch ausgedrückte Theil gewöhnlich wieder Ganze, nämlich von der nächst niedern Sorte. So beträgt $\frac{1}{3}$ Thaler 8 Groschen; $\frac{1}{2}$ ℔ sind 16 Lothe. Dies nennt man einen Bruch resolviren, oder den Werth desselben in der nächst niedern Sorte angeben. Hierbei aber muß man wissen, wie viel das Ganze, wo-

von

von der Bruch einen oder mehrere Theile ausdrückt, Einheiten in der niedern Sorte enthält, z. B. daß ein Thaler 24 gl., ein Groschen 12 pf., ein Centner 110 ℔, ein Pfund 32 Lothe ꝛc. hat.

Sehr oft läßt sich gleich der Nenner in diese Zahl, welche die Einheiten der niedern Sorte angiebt, ohne Rest theilen, und dann enthält der Quotient schon den Betrag des einfachen Bruchtheils; der mehrfache Bruchtheil aber beträgt um so viel mal mehr, als der Zähler groß ist. Z. B. $\frac{5}{8}$ ℔, wie viel sind es Lothe? Der achte Theil von einem Pfunde oder von 32 Lothen ist 4 Loth, $\frac{5}{8}$ sind daher 5 mal so viel, oder 20 Lothe.

Folgende Uebungsbeispiele lassen sich alle auf diese Art berechnen.

127) $\frac{1}{4}$ thlr.	132) $\frac{3}{4}$ thlr.	137) $\frac{3}{8}$ ℔
128) $\frac{1}{6}$ =	133) $\frac{5}{6}$ =	138) $\frac{11}{16}$ =
129) $\frac{1}{3}$ gl.	134) $\frac{3}{4}$ gl.	139) $\frac{3}{4}$ fl. rheinl.
130) $\frac{1}{4}$ ℔	135) $\frac{5}{6}$ =	140) $\frac{7}{10}$ =
131) $\frac{1}{5}$ Ct.	136) $\frac{3}{4}$ ℔	141) $\frac{5}{8}$ fl. sächs.

Geht der Nenner in der Zahl, welche die Einheiten der niedern Sorte angiebt, nicht ohne Rest auf, so multiplicire man dieselbe lieber zuerst mit dem Zähler, und dividire dann das Product durch den Nenner; z. B. $\frac{3}{5}$ thlr., wie viel sind es Groschen?

$$\frac{3}{5}\text{ thlr. } \quad 24\text{ gl.}$$
$$\overline{\quad\quad\quad\quad} \;(3$$
$$72$$
$$5)\,\overline{\quad\quad\quad\quad}$$
$$14\tfrac{2}{5}\text{ gl.}$$

Um

Um aber auch den Betrag der $\frac{2}{5}$ gl. zu erfahren, multiplicirt man 12 pf. mit 2 und dividirt das Product ebenfalls durch den Nenner 5; der Quotient giebt $4\frac{4}{5}$ pf.; $\frac{3}{5}$ thlr. betragen daher 14 gl. und beinahe 5 pf.

Uebungsbeispiele.

142) $\frac{7}{9}$ thlr.	145) $\frac{3}{4}$ Ct.	148) $\frac{5}{8}$ fl. rheinl.
143) $\frac{13}{15}$ ·	146) $\frac{5}{6}$ ℔	149) $\frac{17}{24}$ ·
144) $\frac{7}{8}$ Ct.	147) $\frac{6}{7}$ gl.	150) $\frac{8}{35}$ Mfl.

Ein und zwanzigste Stunde.

Fortsetzung.

Multiplicirt man den Zähler und Nenner eines Bruchs mit einer beliebigen Zahl, so bleibt der Werth desselben ganz unverändert, weil Zähler und Nenner gleichvielmal größer geworden sind. Z. B. $\frac{5}{8}$ mit 6 erweitert, giebt $\frac{30}{48}$, welches nicht mehr und nicht weniger ist, als $\frac{5}{8}$.

Dividirt man den Zähler und Nenner eines Bruchs durch einerlei Zahl, so bleibt der Werth desselben ebenfalls unverändert, weil beide gleichvielmal kleiner gemacht worden sind. Man nennt dies das Abbreviren oder Heben der Brüche, und es hat einen großen Nutzen, weil sich mit Brüchen von kleinen Zahlen leichter rechnen läßt, als mit solchen von großen Zahlen. Beim Abbreviren der Brüche muß man immer solche Zahlen wählen, welche

sich

sich in den Zähler und Nenner ohne Rest dividiren lassen *).

Wie heißt z. B. der Bruch $\frac{45}{72}$ in den kleinsten Zahlen? Hier sieht man gleich, daß sich sowohl 45 als auch 72 durch 9 ohne Rest dividiren lasse, und dann erhält man $\frac{5}{8}$, wie hier stehet:

$$\begin{array}{c} 9 \\ \begin{array}{c|c} 45 & 5 \\ \hline 72 & 8 \end{array} \end{array}$$

Anfänger im Rechnen können sich beim Abbreviren der Brüche wenigstens folgende 5 Kennzeichen merken:

1) Endigen sich Zähler und Nenner auf gerade Zahlen, so lassen sich beide ganz gewiß durch 2 abbreviren oder heben.

2) Endigen sich Zähler und Nenner auf Nullen, so kann man von beiden eine gleiche Anzahl abschneiden.

3) Endigen sie sich aber auf 5, oder der eine auf 0 und der andere auf 5, so lassen sich beide durch 5 ohne Rest dividiren.

4) Lassen sich die zwei letzten Ziffern des Zählers und Nenners durch 4 ohne Rest theilen, so läßt sich die ganze Zahl, sie mag noch so groß seyn, dadurch theilen.

5) Addirt man die Ziffern im Zähler und Nenner als Einer, und läßt sich dann die erhaltene

*) In meinem kurzen und leichten Rechenbuche für Anfänger, 3te Auflage, Seite 156 f. sind die Kennzeichen angegeben, vermittelst welcher man die rechten Zahlen leicht finden kann.

tene Summe durch 9 dividiren, so kann man auch die ganze Zahl durch 9 ohne Rest theilen.

Diese Kennzeichen sind in nachstehenden Uebungsbeispielen anwendbar.

151) $\frac{14}{16}$ thlr.	154) $\frac{225}{300}$ ℔
152) $\frac{136}{272}$ Ct.	155) $\frac{135}{162}$ gl.
153) $\frac{2400}{12000}$ fl.	156) $\frac{36000}{144000}$ Mfl.

Oefters ist es auch nöthig, eine ganze Zahl in einen Bruch der höhern Sorte zu verwandeln (zu reduciren), da darf man nur die Zahl, welche anzeigt, wie viel Einheiten der niedern Sorte auf die höhere gehen, als Nenner unter die gegebene Zahl setzen, und dann den Bruch abbreviren, um ihn in den kleinsten Zahlen zu erhalten. So sind 8 pf. $\frac{8}{12}$ oder $\frac{2}{3}$ gl.; aus 18 gl. erhält man $\frac{18}{24}$ oder $\frac{3}{4}$ thlr.

Uebungsbeispiele.

157)	Was für ein Theil vom Groschen sind 4 pf?					
158)	=	=	=	=	=	9 = ?
159)	=	=	=	Thaler	=	6 gl.?
160)	=	=	=	=	=	16 = ?
161)	=	=	=	=	=	21 = ?
162)	=	=	=	Pfund	=	8 Lth?
163)	=	=	=	=	=	24 = ?
164)	=	=	=	Centner	=	88 ℔?
165)	=	=	=	=	=	45 = ?
166)	=	=	=	Gulden	=	36 Xer?

Soll aber ein Bruch in einen Bruchtheil einer noch höhern Sorte verwandelt werden, so multiplicirt man nur den Nenner mit der Zahl der

der Einheiten, die auf die höhere Sorte gehen.

Was für ein Theil vom Thaler sind z. B. $\frac{3}{4}$ gl.? Die Antwort ist: $\frac{3}{96}$ oder $\frac{1}{32}$ thlr.

Was für ein Theil vom Centner sind 20 Lothe? Die Antwort ergiebt sich aus folgender Berechnung:

$$20 \text{ Loth} = \frac{\overset{4}{\cancel{20}}|5}{32|8} \text{ ℔} = \frac{\overset{5}{\cancel{5}}|1}{880|176} \text{ Ct.}$$

Uebungsbeispiele.

167) Was für ein Theil vom Thaler sind 8 pf.?
168) = = = = = $\frac{5}{8}$ gl.?
169) = = = Wispel = $\frac{3}{4}$ Schfl.?
170) = = = = = 3 Metz.?

Endlich ist uns noch übrig zu lernen: wie Brüche von verschiedenen Nennern unter einerlei Nenner gebracht werden, doch so, daß der Werth derselben unverändert bleibe. Hierbei merke man besonders auf folgende zwei Fälle:

1) Sind nur zwei Brüche unter einerlei Nenner zu bringen, so multiplicirt man den Zähler und Nenner des einen Bruchs mit dem Nenner des andern. Z. B.

$$\frac{3}{4} \cdot 3 = \frac{9}{12}$$
$$\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{12}$$

Jetzt haben beide Brüche einerlei Nenner und noch immer denselben Werth; denn $\frac{9}{12}$ sind $\frac{3}{4}$,

und

und $\frac{8}{12}$ sind $\frac{2}{3}$, welches man dadurch findet, indem man sie wieder abbrevirt.

2) Sind aber drei und mehrere Brüche unter einerlei Nenner zu bringen, dann sucht man erst den gemeinschaftlichen oder Hauptnenner, unter welchen sich die sämtlichen Brüche bringen lassen.

Dieser Hauptnenner wird also gefunden: Man schreibt alle Nenner in einer Reihe neben einander, streicht gleich die kleinern, die in den größern ohne Rest aufgehen, aus, und wählt sich dann eine Zahl, die sich noch in zwei oder mehrere ohne Rest theilen läßt, und versucht nun, ob sich vielleicht noch eine oder die andere Zahl in einer größern aufheben lasse. Wenn sich auf diese Art nichts mehr heben oder auf kleinere Zahlen bringen läßt, so multiplicirt man die übrig behaltenen Zahlen alle mit einander, so wie auch mit dem erwählten Divisor; das dadurch erhaltene Product ist der Hauptnenner.

Es sollen z. B. folgende Brüche: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{12}$ und $\frac{7}{8}$ unter einerlei Nenner gebracht werden, so stehet es also:

4 6 16 3 12 8
4) ——————
4 3
12
——(4
48 Hauptnenner.

Es geht nämlich der Nenner 4 in 16 auf, die 6 in 12, die 3 ebenfalls in 12, und die 8 endlich in 16, folglich sind noch 16 und 12 übrig,

welche

welche sich beide durch 4 ohne Rest theilen lassen. In diesen gefundenen Hauptnenner dividirt man nun mit allen Nennern der gegebenen Brüche und multiplicirt den Quotienten mit den Zählern derselben; die erhaltenen Producte sind die neuen Zähler der Brüche, welche alle den gemeinschaftlichen Nenner haben und den gegebenen gleich sind.

		48
$\frac{3}{4}$	12	36
$\frac{5}{6}$	8	40
$\frac{7}{16}$	3	21
$\frac{2}{3}$	16	32
$\frac{5}{12}$	4	20
$\frac{7}{8}$	6	42

Aus $\frac{3}{4}$ sind $\frac{36}{48}$, aus $\frac{5}{6}$ sind $\frac{40}{48}$ ꝛc. geworden, ohne daß sich ihr innerer Werth verändert hat. Sind die Brüche unter einerlei Nenner gebracht, dann kann man auch das Verhältniß derselben zu einander selbst sehr leicht angeben. $\frac{5}{12}$ oder $\frac{20}{48}$ ist hier der kleinste Bruch, dann folgen $\frac{7}{16}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ und $\frac{7}{8}$, welches hier der größte Bruch ist.

Uebungsbeispiele.

171) $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{4}{5}$, unter einerlei Nenner?
172) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{11}{24}$, - - - ?
173) $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{15}$, - - - ?
174) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{13}{14}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{11}{21}$, - ?

Zwei

Zwei und zwanzigste Stunde.

Vom Addiren und Subtrahiren mit Brüchen.

Beides ist, nach den vorhergegangenen Vorübungen, so leicht, daß es meine lieben Rechenschüler in einer Stunde lernen können.

I. Vom Addiren.

Sind beim Addiren der Brüche die Nenner gleich, so zählt man die Zähler zusammen und giebt der Summe den Nenner der gegebenen Brüche; z. B.

a) $\frac{1}{8}$ thlr.	1	b) $\frac{7}{21}$ Mfl.	7
$\frac{7}{8}$ =	7	$\frac{4}{21}$ =	4
$\frac{5}{8}$ =	5	$\frac{11}{21}$ =	11
$\frac{3}{8}$ =	3	$\frac{5}{21}$ =	5
$\frac{5}{8}$ =	5	$\frac{16}{21}$ =	16

Summe $\frac{21}{8}$ oder $2\frac{5}{8}$ thlr. S. $\frac{43}{21}$ oder $2\frac{1}{21}$ Mfl.

c) $17\frac{5}{24}$	thlr.	5
$6\frac{1}{24}$	=	1
$13\frac{7}{24}$	=	7
$35\frac{11}{24}$	=	11
$46\frac{13}{24}$	=	13
$150\frac{17}{24}$	=	17
2		

Summe $269\frac{1}{4}$ thlr. $\frac{54}{24}$ oder $2\frac{6}{24}$ oder $2\frac{1}{4}$.

Diese Beispiele sind so leicht, daß sie gar keiner Erklärung bedürfen; in Nr. c) sind auch Ganze neben den Brüchen, zu welchen die aus den Brüchen erhaltenen 2 Ganzen mit hinzugezählt wurden. Anfänger werden übrigens sehr

wohl

wohl thun, wenn sie, wie hier geschehen, die Zähler zur Rechten besonders notiren, weil sich solche dann leichter zusammenzählen lassen.

Haben aber die Brüche verschiedene Nenner, so müssen diese vorher unter einerlei Nenner gebracht werden.

Wie viel Pfunde wiegen folgende 4 Zuckerhüte zusammen: a) $13\frac{1}{2}$ ℔; b) $12\frac{5}{8}$ ℔; c) $14\frac{3}{4}$ ℔; d) $16\frac{11}{32}$ ℔. Hier ist schon der Nenner 32 der Hauptnenner, weil die übrigen alle in demselben ohne Rest aufgehen.

	32	
$13\frac{1}{2}$ ℔	16	16
$12\frac{5}{8}$ "	4	20
$14\frac{3}{4}$ "	8	24
$16\frac{11}{32}$ "	1	11
2		
$57\frac{7}{32}$ ℔.		$\frac{71}{32}$ oder $2\frac{7}{32}$.

Wie viel beträgt die Summe von a) $131\frac{3}{4}$ fl.; b) $210\frac{11}{15}$ fl.; c) $76\frac{11}{12}$ fl.; d) $54\frac{4}{5}$ fl.; e) $103\frac{7}{8}$ fl.; f) $97\frac{5}{12}$ fl.? Die Berechnung ist folgende:

	120	
fl. $131\frac{3}{4}$	30	90
$210\frac{11}{15}$	8	88
$76\frac{11}{12}$	10	110
$54\frac{4}{5}$	24	96
$103\frac{7}{8}$	15	105
$97\frac{5}{12}$	10	50
4		
fl. $675\frac{59}{120}$		$\frac{539}{120}$ | $4\frac{59}{120}$ 480 59

4 15 12 5 8 12
3) 5 8 4
40
3
120

Uebungs-

Uebungsbeispiele.

175) Addire $\frac{21}{55}$ Ct. + $\frac{43}{55}$ Ct. + $5\frac{17}{55}$ Ct. + $3\frac{38}{55}$ Ct. + $4\frac{46}{55}$ Ct.

176) Addire $6\frac{1}{22}$ Stein + $\frac{7}{22}$ St. + $15\frac{1}{22}$ St. + $30\frac{13}{22}$ St. + $\frac{15}{22}$ St. + $18\frac{9}{22}$ St. + $35\frac{19}{22}$ St.

177) Wie heißt die Summe von $136\frac{1}{4}$ thlr. + $281\frac{2}{3}$ thlr. + $98\frac{5}{6}$ thlr. + $177\frac{5}{8}$ thlr. + $104\frac{5}{9}$ thlr. + $55\frac{11}{18}$ thlr.?

178)	31 thlr.	13 gl.	$6\frac{1}{10}$ pf.
	146 =	18 =	$9\frac{7}{12}$ =
	324 =	9 =	$7\frac{3}{4}$ =
	83 =	17 =	$11\frac{2}{3}$ =
	59 =	21 =	$5\frac{5}{8}$ =
	215 =	20 =	$4\frac{11}{16}$ =

II. Vom Subtrahiren.

Sind die Nenner der gegebenen Brüche gleich, so wird bloß der Zähler des Subtrahenden vom Zähler des Minuenden abgezogen; z. B. $\frac{1}{5}$ von $\frac{4}{5}$ abgezogen, bleiben $\frac{3}{5}$; ferner $\frac{5}{12}$ von $\frac{11}{12}$ abgezogen, bleiben $\frac{6}{12}$ oder $\frac{1}{2}$. Eben so leicht sind folgende 2 Exempel.

$71\frac{7}{8}$ thlr.	$340\frac{11}{15}$ fl.
$35\frac{3}{8}$ =	$223\frac{4}{15}$ =
$36\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ thlr.	$117\frac{7}{15}$ fl.

Es werden nämlich erst die Brüche und dann auch die Ganzen von einander abgezogen.

Ist aber ein Bruch von einer ganzen Zahl zu subtrahiren, so borgt man von der ganzen Zahl eine Einheit und verwandelt dieselbe in eben solche Theile, als der Nenner des Bruchs an-

zeigt. Von 5 Centnern sollen $\frac{3}{8}$ Ct. abgezogen werden, wie viel bleibt Rest? Antw. $4\frac{5}{8}$ Ct., wie hier stehet:

	5 Ct.
	$\frac{3}{8}$ =
Rest	$4\frac{5}{8}$ Ct.

Der geborgte eine Centner wird hier in $\frac{8}{8}$, welches eben so viel als 1 ist, verwandelt, und nun zieht man die $\frac{3}{8}$ von $\frac{8}{8}$ oder 3 von 8 ab; folglich kann man in solchen Fällen auch gleich den Zähler vom Nenner abziehen und die ganze Zahl um 1 vermindern.

Haben aber die Brüche im Subtrahenden und Minuenden verschiedene Nenner, so müssen sie vorher unter einerlei Nenner gebracht werden, wie folgende Beispiele zeigen.

	$\frac{3}{4}$ ℔	$7\frac{9}{11}$ Ct. = $\frac{18}{22}$
	$\frac{1}{2}$ =	$3\frac{13}{22}$ =
Rest	$\frac{1}{4}$ ℔	$4\frac{5}{22}$ Ct.

In diesen beiden Beispielen ist es ganz unnöthig, erst einen Hauptnenner zu suchen, weil man sogleich sieht, daß sich $\frac{1}{2}$ in $\frac{2}{4}$, und daß sich $\frac{9}{11}$ in $\frac{18}{22}$ verwandeln lassen, dann sind die Nenner schon gleich In den nachstehenden Beispielen aber verfährt man nach der in der vorigen Stunde gegebenen Regel, und multiplicirt jeden Bruch mit des andern Bruchs Nenner.

$\frac{4}{5}$ fl. . 4 = $\frac{16}{20}$	$10\frac{11}{12}$ Schck.. 5 = $\frac{55}{60}$
$\frac{3}{4}$ = . 5 = $\frac{15}{20}$	$4\frac{3}{5}$ = . 12 = $\frac{36}{60}$
$\frac{1}{20}$ fl.	$6\frac{19}{60}$ Schck.

Ist

Ist aber der Bruch im Minuenden kleiner, als der im Subtrahenden, so borgt man sich von den Einern der Ganzen eine Einheit und verwandelt sie in die Theile des Hauptnenners, zieht den Zähler des Subtrahenden davon ab und addirt den Zähler des Minuenden dazu; z. B.

$154\frac{2}{3}$ thlr. . 8 = $\frac{16}{24}$	$310\frac{1}{5}$ fl. . 6 = $\frac{6}{30}$
$87\frac{7}{8}$ = . 3 = $\frac{21}{24}$	$106\frac{5}{6}$ = . 5 = $\frac{25}{30}$
$66\frac{19}{24}$ thlr.	$203\frac{11}{30}$ fl.

Folglich kann man in diesem Falle den Zähler des Subtrahenden gleich von seinem Nenner abziehen, und den Zähler des Minuenden hinzuzählen, die ganze Zahl im Minuenden aber wird um 1 vermindert.

Uebungsbeispiele.

179) Subtrahire $5\frac{3}{8}$ thlr. von $12\frac{1}{2}$ thlr.

180) = $\frac{5}{11}$ Ct. von 13 Ct.

181) = 135 thlr. 15 gl. $3\frac{1}{3}$ pf. von 450 thlr. 10 gl. $1\frac{4}{7}$ pf.

182) Herr W. hat in einem Jahre 500 thlr. eingenommen, und 423 thlr. 17 gl. $9\frac{5}{8}$ pf. ausgegeben, wie viel hat derselbe noch übrig behalten?

Drei und zwanzigste Stunde.

Vom Multipliciren mit Brüchen.

Hier haben wir folgende 5 Punkte zu bemerken:

1) Wenn der Multiplicator eine ganze Zahl ist; da multiplicirt man erst den

Bruch, und dann die daran befindlichen Ganzen. Z. B.

Wie heißt das Product von 4 mal $35\frac{5}{8}$ thlr.? oder wenn 1 Centner Waare $35\frac{5}{8}$ thlr. kostet, was kosten 4 Centner? Antwort: 4 mal so viel. Es kommt also nur darauf an, zu wissen, wie man den Bruch $\frac{5}{8}$ mit 4 multiplicire. Wollte man den Zähler und Nenner mit 4 multipliciren, so würde man $\frac{20}{32}$ erhalten, welches aber eben so viel als $\frac{5}{8}$ ist; wollte man aber den Nenner 8 mit 4 multipliciren, so würde man $\frac{5}{32}$ erhalten, welches 4 mal weniger ist. Multiplicirt man hingegen den Zähler 5 mit 4, so erhält man $\frac{20}{8}$, welches wirklich 4 mal mehr ist, als $\frac{5}{8}$. Nun nimmt man die in den $\frac{20}{8}$ enthaltenen Ganzen heraus und addirt sie bei dem Multipliciren der 35 Ganzen mit dazu. Das Exempel stehet also:

$35\frac{5}{8}$ thlr. mit 4.
(2)
———————
$142\frac{1}{2}$ thlr. $\frac{20}{8} = 2\frac{4}{8}$ oder $2\frac{1}{2}$.

Nachstehende Beispiele werden eben so berechnet.

a) 28 thlr. $6\frac{1}{3}$ gl. mit 8
(2) (2)
———————
226 thlr. $2\frac{2}{3}$ gl.

b) $513\frac{7}{12}$ fl. × 32
(2)
——————— (4 | 4 · 8
$2054\frac{1}{3}$ »
(2)
——————— (8
$16434\frac{2}{3}$ fl.

In b) habe ich den Multiplicator 32 in 4 mal 8 zerfällt, weil sich mit diesen kleinern Zahlen leichter multipliciren läßt, als mit 32. Und eben

eben so ist in folgendem Exempel der Multiplicator 42 in 6 mal 7 zerfällt.

17 thlr. 13 gl. $10\frac{5}{8}$ pf. × 42
3 — 5 — 8 — (6 — 6.7
105 = 11 = $3\frac{3}{4}$ =
3 — 2 — 5 — (7
738 thlr. 7 gl. $2\frac{1}{4}$ pf.

2) Wenn der Multiplicator ein Bruch ist, ohne daß sich Ganze dabei befinden. Da multiplicirt man den Multiplicanden mit dem Zähler und dividirt das erhaltene Product durch den Nenner. Z. B. $\frac{5}{8}$ mal 72 thlr. 17 gl. 4 pf., d. h. von dem Multiplicanden (72 thlr. 17 gl. 4 pf.) soll der 8te Theil 5 mal genommen werden. Man kann daher auch gleich den Theil suchen, den der Nenner anzeigt, und ihn dann so viel mal nehmen, als der Zähler groß ist. Die Rechnung ist auf beide Arten, wie hier folgt:

72 thlr. 17 gl. 4 pf. × $\frac{5}{8}$
3 — 1 — (5
363 = 14 = 8 =
8) 3 — 6 —
45 thlr. 10 gl. 10 pf.

Oder:

72 thlr. 17 gl. 4 pf. × $\frac{5}{8}$
8) —
9 = 2 = 2 =
— (5
45 thlr. 10 gl. 10 pf.

Der 8te Theil beträgt 9 thlr. 2 gl. 2 pf., diese mit 5 vermehrt, giebt dasselbe Product, wie nach der erstern Berechnung.

Man kann aber auch den Bruch im Multiplicator zerfällen, z. B. hier in $\frac{4}{8}$ und $\frac{1}{8}$; $\frac{4}{8}$ ist $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{8}$ ist von $\frac{4}{8}$ der 4te Theil; die Berechnung ist dann folgende:

72 thlr. 17 gl. 4 pf. × $\frac{5}{8}$

2) 36 · 8 · 8 · — $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

4) 9 · 2 · 2 · — $\frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

45 thlr. 10 gl. 10 pf.

Noch ein Beispiel, wo auch der Multiplicand einen Bruch hat.

31 thlr. 10 gl. $8\frac{1}{4}$ pf. × $\frac{7}{12}$

(3 — 4 — 1)

220 · 2 · $9\frac{3}{4}$ · (7

(4 — 2 — 9)

12) 18 thlr. 8 gl. $2\frac{39}{48}|\frac{13}{16}$ pf.

Oder:

31 thlr. 10 gl. $8\frac{1}{4}$ pf. × $\frac{7}{12}$

12) 2 · 14 · $10\frac{33}{48} = \frac{11}{16}$

(4 — 6 — 4)

18 thlr. 8 gl. $2\frac{13}{16}$ pf. (7

Oder:

31 thlr. 10 gl. $8\frac{1}{4}$ pf. × $\frac{7}{12}$

2) 15 · 17 · $4\frac{1}{8}$ · — $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

6) 2 · 14 · $10\frac{11}{16}$ · — $\frac{1}{12} = \frac{1}{6}$

18 thlr. 8 gl. $2\frac{13}{16}$ pf.

Das Einzige, was hierbei noch etwas dunkel seyn wird, ist die Division in einen Bruch, welche wir in der nächsten Stunde vornehmen werden.

2) **Wenn der Multiplicator eine gemischte Zahl ist.** In diesem Falle multiplicirt man

man erst mit der ganzen Zahl und dann auch mit dem daran befindlichen Bruche. Wie viel wird z. B. Herr A. für $7\frac{1}{4}$ Ell. Tuch bezahlen, wenn er für die Elle 3 thlr. 16 gl. geben soll? Die Antwort ist: $7\frac{1}{4}$ mal so viel, die Rechnung aber folgende:

3 thlr. 16 gl. × $7\frac{1}{4}$

	25 thlr.	16 gl. (7
4)	—	22 gl.
	26 thlr.	14 gl.

7 Ellen kosten 25 thlr. 16 gl. und das Viertel kostet den vierten Theil von dem, was 1 Elle gilt, nämlich 22 gl., beide Zahlen addirt geben 26 thlr. 14 gl. zum Facit. Wären es aber $\frac{3}{4}$ statt $\frac{1}{4}$ gewesen, so hätten sie 3 mal 22 gekostet.

Was kosten $5\frac{7}{8}$ ℔ Indigo, wenn das Pfund mit 13 thlr. $14\frac{1}{2}$ gl. bezahlt wird? Da $5\frac{7}{8}$ ℔ beinahe 6 ℔ sind und nur $\frac{1}{8}$ daran fehlt, so berechne ich, wie viel die 6 ℔ kosten und ziehe dann den Betrag des zu viel genommenen $\frac{1}{8}$ ℔ wieder davon ab, nämlich also:

13 thlr. $14\frac{1}{2}$ gl. × $5\frac{7}{8}$ = $6 - \frac{1}{8}$

	81 thlr.	15 gl.
8)	1 thlr.	$16\frac{13}{16}$ gl.
	79 thlr.	$22\frac{3}{16}$ gl.

4) **Wenn beide Faktoren aus gemischten Brüchen bestehen.** Da macht man denjenigen zum Multiplicator, welcher am be-

bequemsten dazu ist. Z. B. $53\frac{5}{11}$ mal $9\frac{3}{4}$ thlr., oder wenn 1 Centner $9\frac{3}{4}$ thlr. kostet, was kosten $53\frac{5}{11}$ Ct.? Antwort: $53\frac{5}{11}$ mal $9\frac{3}{4}$ thlr. oder, welches einerlei ist, $9\frac{3}{4}$ mal $53\frac{5}{11}$ thlr. Man macht also $9\frac{3}{4}$ zum Multiplicator und nimmt diese Zahl für 10 weniger $\frac{1}{4}$ an, dann ist die Berechnung auch leicht.

$53\frac{5}{11} \times 9\frac{3}{4}$

$\overline{\quad 4 \quad}$ (10 $\quad$ $10 \div \frac{1}{4}$

$534\frac{6}{11}$

4) $13\frac{4}{11}$

$521\frac{2}{11}$ thlr.

5) Bestehen aber beide Faktoren aus reinen Brüchen, so multiplicirt man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Z. B. $\frac{4}{5}$ mal $\frac{7}{8}$ fl., das Product ist $\frac{28}{40}$ oder $\frac{7}{10}$ fl. Multiplicirt man $\frac{7}{8}$ mit dem Zähler 4, so erhält man 4 mal mehr, oder $\frac{27}{8}$, folglich ist dies Product 5 mal zu groß, daher multiplicirt man auch den Nenner 8 mit dem Nenner 5 und erhält $\frac{28}{40}$ oder $\frac{7}{10}$, welches 5 mal weniger ist, als $\frac{27}{8}$. Etwas deutlicher kann man sich's also erklären: Von $\frac{7}{8}$ fl. soll der 5te Theil 4 mal genommen werden; der 5te Theil von $\frac{7}{8}$ beträgt $\frac{7}{40}$, diesen mit 4 multiplicirt giebt $\frac{28}{40}$ oder $\frac{7}{10}$. Diese $\frac{7}{10}$ findet man auch sogleich dadurch, wenn man den Nenner 40 durch den Zähler 4 dividirt. Man kann daher auch einen Bruch also multipliciren, daß man seinen Nenner durch den Multiplicator dividirt, wenn dies nämlich ohne Rest geschehen kann.

Uebungs-

Uebungsbeispiele.

183) Multiplicire $57\frac{4}{5}$ fl. mit 5.

184) „ 13 Ct. 4 St. $15\frac{3}{4}$ ℔ mit 8.

185) „ $318\frac{5}{9}$ thlr. mit 27.

186) „ 8 thlr. 16 gl. $4\frac{3}{8}$ pf. mit $36\frac{1}{2}$.

187) „ $61\frac{3}{4}$ Eimer mit $31\frac{5}{6}$.

188) Wie heißt das Product von $105\frac{7}{8}$ mal $11\frac{1}{12}$?

189) „ „ „ „ „ $\frac{4}{9}$ mal $\frac{7}{8}$?

190) „ „ „ „ „ $\frac{5}{24}$ mal $\frac{21}{40}$?

Vier und zwanzigste Stunde.

Vom Dividiren mit Brüchen.

Wir haben hier ebenfalls einige verschiedene Fälle zu bemerken:

1) Wenn der Divisor eine ganze Zahl, der Dividend aber ein Bruch ist. Läßt sich da der Divisor in den Zähler des Bruchs ohne Rest theilen, so verrichtet man die Division gleich am Zähler; z. B. wie viel beträgt der 5te Theil von $\frac{15}{16}$ ℔? Antwort: $\frac{3}{16}$. Oder 3 Kaufleute haben $21\frac{3}{8}$ Ct. zu theilen, wie viel wird jeder erhalten? Antw. den 3ten Theil, d. i. $7\frac{1}{8}$ Ct. Die Berechnung beider Beispiele ist folgende:

a) 5 : $\frac{15}{16}$ ℔ ——— $\frac{3}{16}$ ℔

b) 3 : $21\frac{3}{8}$ Ct. ——— $7\frac{1}{8}$ Ct.

Geht aber der Divisor in dem Zähler des Bruchs nicht ohne Rest auf, so verrichtet man die Division am Nenner, d. h. man multiplicirt

den Nenner mit dem Divisor, wodurch der Bruch um so viel mal kleiner wird.

Wie viel beträgt der 6te Theil von $\frac{3}{4}$ thlr.? Antw. $\frac{3}{24}$ oder $\frac{1}{8}$ thlr. Drückt man den Bruch in ganzen Zahlen aus, so kommt derselbe Quotient; $\frac{3}{4}$ thlr. sind 18 gl., hiervon beträgt der 6te Theil 3 gl. und eben so viel sind $\frac{3}{24}$ oder $\frac{1}{8}$ thlr.

Einige Beispiele zur Uebung.

a) $4 : \frac{5}{8} = \frac{5}{32}$ c) $5 : \frac{6}{7} = \frac{6}{35}$

b) $7 : \frac{15}{16} = \frac{15}{112}$ d) $9 : \frac{11}{12} = \frac{11}{108}$

Besteht aber der Dividend aus einer gemischten Zahl, so dividirt man mit dem Divisor erst in die Ganzen und verwandelt den Rest in eben solche Bruchtheile, als der daran befindliche Bruch hat, addirt den Zähler dazu und dividirt nun auch den Bruch.

Drei Geschwister haben sich in $277\frac{3}{4}$ thlr. zu theilen, wie viel erhält jedes? Antwort: den 3ten Theil. Z. B.

3 : $277\frac{3}{4}$ thlr.

$92\frac{7}{12}$ thlr.

Wie heißt der Quotient von 163 thlr. 14 gl. $7\frac{2}{3}$ pf. dividirt durch 8?

8 : 163 thlr. 14 gl. $7\frac{2}{3}$ pf.

20 thlr. 10 gl. $9\frac{23}{24}$ pf.

Hier bleiben noch 7 pf. übrig, diese werden zu Dritteln gemacht, folglich mit 3 multiplicirt und die $\frac{2}{3}$ dazu genommen; $\frac{23}{3}$ dividirt durch 8 geben $\frac{23}{24}$.

läßt

Läßt sich der Divisor ohne Rest zerfällen, so kann man den Quotienten auch auf diese Art suchen. Z. B. 45 Häuser sollen 166 thlr. 6 gl. $11\frac{1}{4}$ pf. Contribution bezahlen, wie viel kommt auf jedes? Antw. der 45ste Theil.

45 : 166 thlr. 6 gl. $11\frac{1}{4}$ pf.
5·9 5) 33 = 6 = $2\frac{1}{4}$ =
9) 3 thlr. 16 gl. $8\frac{1}{4}$ pf.

Uebungsbeispiele.

191) Wie viel beträgt der 6te Theil von 80 thlr. $14\frac{3}{4}$ gl.?

192) Wie heißt der Quotient von 208 fl. $7\frac{1}{2}$ kr. dividirt durch 27?

193) 32 Bauern sollen $83\frac{1}{5}$ Schock Stroh liefern, wie viel giebt jeder?

194) Dividire 255 Ct. und $\frac{3}{4}$ St. durch 54.

2) **Wenn der Divisor ein Bruch ist.** (Ehe man aber mit mehrfachen Bruchtheilen dividirt, übe man sich vorher recht in der Division mit einfachen, d. h. mit solchen, wo der Zähler 1 ist, dann wird man auch nie in Gefahr kommen, die vorgelegte Zahl zu multipliciren, statt zu dividiren.)

Wie oft ist wohl $\frac{1}{4}$ in der Zahl 8 enthalten? 2 mal, wird mancher sogleich ausrufen. Nein, dies wäre 8 mit $\frac{1}{4}$ multiplicirt, oder der 4te Theil von 8 einmal genommen. Ich will daher die Frage noch einmal recht deutlich vorsagen: **Wie oft ist wohl ein Viertel in der Zahl 8 enthalten?** Richtig, 32 mal; denn

denn $\frac{1}{4}$ steckt in der Zahl 1 schon 4 mal, folglich muß es in 8 ebenfalls 4 mal so oft, d. i. 32 mal enthalten seyn. Wie viel Viertel-Ellen sind also in 8 ganzen Ellen enthalten? 32 Viertel. Allein könnten dann wohl $\frac{3}{4}$ Ellen in 8 Ellen eben so oft als $\frac{1}{4}$, oder wol gar noch mehrere mal, enthalten seyn? Nein, sondern 3 mal weniger so oft, weil die Länge von $\frac{3}{4}$ dreimal größer ist, als die von $\frac{1}{4}$. Dies kann man sich auf mehrere Arten versinnlichen, z. B. durch die in der 20sten Stunde mitgetheilten Linien, oder durch Aepfel, oder durch einige Bogen Papier.

Will man also wissen, wie oft irgend ein einfacher Bruch in einer vorgelegten Zahl enthalten sey, so darf man dieselbe nur mit dem Nenner des Bruchs multipliciren; ist es aber ein mehrfacher Bruch, so dividirt man dann das erhaltene Product durch den Zähler, wie in folgenden Beispielen geschehen.

$$\frac{1}{5} : 12 \qquad\qquad \frac{3}{5} : 12$$

$$\frac{12}{60 \text{ Quot.}}\ (5 \qquad\qquad 3)\frac{\frac{12}{60}\ (5}{20 \text{ Quot.}}$$

$\frac{3}{4}$: 15 rl. 12 gl. 9 pf. Oder: 15 rl. 12 gl. 9 pf.

(4	62 = 3 = – =	3)	5 = 4 = 3 =	
3)	20 rl. 17 gl. – pf.		20 rl. 17 gl. – pf.	(4

Besteht der Divisor aus einer gemischten Zahl, nämlich aus Ganzen und einem Bruch, so richtet man dieselbe ein, und verfährt dann nach der vorigen Regel. Z. B.

$5\frac{1}{4}$

$5\frac{1}{4}$: 63
$\frac{21}{4}$ 21 | 252 | (4
12 Quot.
42
42

Oder: $5\frac{1}{4}$: 63
$\frac{21}{4}$ 21) 3 (4
12 Quot.

Wenn Herr O. für $4\frac{3}{8}$ Centner 106 fl. 10 kr. gegeben hat, wie theuer kommt 1 Centner? Antwort: $4\frac{3}{8}$ mal weniger.

$4\frac{3}{8}$: 106 fl. 10 kr.
$\frac{35}{8}$ 35) 849 = 20 = | 24 fl. (8
70
149
140
9
60
560 kr. | 16 kr.
210
210

Oder:

$4\frac{3}{8}$: $106\frac{1}{6}$ fl.
$\frac{35}{8}$ 35) $849\frac{1}{3}$ | $24\frac{4}{15}$ fl. (8
70
149
140
$\frac{9\frac{1}{3}}{35}$ | $\frac{28}{105}$ | $\frac{4}{15}$ (7

Oder:

Oder:

$4\frac{3}{8}$: 106 fl. 10 kr.

$\frac{35}{8}$ 35) 3 = 2 = (8

24 fl. 16 kr.

Wie theuer kommt 1 Pfund Indigo, wenn für $6\frac{3}{8}$ ℔ 99 thlr. 12 gl. 6 pf. bezahlt worden sind?

$6\frac{3}{8}$: 99 thlr. 12 gl. 6 pf.

$\frac{51}{8}$ 796 = 4 = — = (8

286 | 15 thlr.

255

31

(24

51) 748 | 14 gl.

238

204

34

(12

408 | 8 pf.

408

Enthält nicht nur der Divisor, sondern auch der Dividend einen gemischten Bruch, so kann man öfters beide Brüche dadurch sehr leicht wegschaffen, wenn man den Divisor und den Dividenden mit einer Zahl multiplicirt, in welcher die Nenner der beiden Brüche ohne Rest enthalten sind. Z. B.

$10\frac{1}{2}$: $78\frac{5}{6}$ (6

63 : 473 | $7\frac{32}{63}$ Quot.

441

32

Herr

Herr D. in L. kauft $341\frac{3}{4}$ ℔ von einer gewissen Waare für $702\frac{2}{3}$ thlr., wie viel kostet ihm das Pfund?

$341\frac{3}{4}$: $702\frac{2}{3}$ thlr. (12

4101 : 8432 | 2 thlr.
8202

230 (24

5520 | 1 gl.

1419 × 12
2838

17028 | $4\frac{208}{1367}$ pf.
16404 | 3

624 | 208

4101 | 1367

Uebungsbeispiele.

195) Wie viel beträgt der 6te Theil von $72\frac{1}{2}\frac{8}{5}$ Stein?
196) = = 8te = = $96\frac{8}{9}$ thlr.?
197) = = 12te = = $158\frac{2}{5}$ fl.?
198) = = 7te = = $\frac{3}{4}$ Ct.?
199) Dividire $37\frac{1}{4}$ thlr. durch 15.
200) = 21 Ellen = $\frac{1}{4}$.
201) = 42 Ellen = $\frac{3}{4}$.
202) = $25\frac{10}{11}$ Ct. = $\frac{5}{8}$.
203) = $34\frac{3}{8}$ fl. = $5\frac{1}{2}$.
204) Wie oft sind $3\frac{3}{4}$ Ellen in $71\frac{1}{4}$ Ellen enthalten?
205) Wie viel Dukaten à $3\frac{1}{12}$ thlr. kann man für $783\frac{1}{3}$ thlr. einwechseln? (Antw. so viele Dukaten, als so oft $3\frac{1}{12}$ thlr. in $783\frac{1}{3}$ thlr. enthalten sind.)

Fünf

Fünf und zwanzigste Stunde.

Vorübungen zu der Decimalbruchrechnung.

Der Gebrauch der Decimal- oder zehntheiligen Brüche wird in unsern Zeiten immer allgemeiner, je mehr die großen damit verbundenen Vortheile beim Rechnen eingesehen werden. Das Rechnen mit denselben ist weit leichter, als mit unsern gemeinen Brüchen, wovon sich meine lieben Rechenschüler in Kurzem überzeugen werden.

Zehntheilige oder Decimalbrüche nennt man alle diejenigen Brüche, deren Nenner 10, 100, 1000, 10000 ꝛc. ist, oder deren Nenner aus einer 1 und einer oder mehrern Nullen besteht. Sie haben das Eigene, daß der Nenner gar nicht mit geschrieben, sondern aus der Stelle erkannt wird, in welcher eine Ziffer des Zählers steht.

Zur Rechten der Ganzen schreibt man bei den Einern ein Komma, um dadurch anzuzeigen, daß hier die Ganzen aufhören, und nun immer zehnmal kleinere Theile folgen.

So wie die ganzen Zahlen von der Rechten zur Linken mit jeder Stelle einen zehnmal größern Werth erhalten, so nimmt auch von der Linken zur Rechten der Werth zehnmal wieder ab, so daß die Ziffern, von den Einern an gerechnet, immer zehnmal kleinere Theile vorstellen.

Wenn gar keine Ganzen da sind, so bezeichnet man den Mangel derselben mit einer Null und einem derselben beigefügten Komma;

z. B.

z. B. 0,5 bedeutet $\frac{5}{10}$; 0,75 bedeutet 7 Zehntel und 5 Hundertel, oder $\frac{75}{100}$. Man braucht daher die einzelnen Stellen der Decimalbrüche nicht einzeln auszusprechen, sondern man faßt den Zähler in eine Zahl zusammen, und giebt ihm den Nenner der letztern oder niedrigsten Stelle als den gemeinschaftlichen Nenner. Z. B.

205,625

wird gelesen: 205 Ganze und 625 Tausendel; denn

6 Zehntel sind auch	600 Tausendel,
2 Hundertel	20 „
dazu noch	5 „
	625 Tausendel.

85,06 fl. wird gelesen: 85 und 6 Hundertel Gulden.

Wie werden nun folgende Decimalbrüche gelesen?

6027,5	0,95
602,75	0,075
60,275	17,0105
6,0275	30,625
0,60275	600,0025

Hängt man zur Linken einer ganzen Zahl Nullen an, so haben dieselben gar keine Bedeutung, und eben so wenig bedeuten sie, wenn man sie den Decimalbrüchen zur Rechten anhängt. 0075 ist nicht mehr und nicht weniger, als 75, und 0,75000 ist ebenfalls weder mehr noch weniger, als 75 Hundertel, denn wenn ich $\frac{75000}{100000}$ durch 1000 abbrevire, indem ich vom Zähler und Nenner drei Nullen abschneide, so bleiben $\frac{75}{100}$ oder 0,75.

Wie

Wie zehntheilige Brüche **geschrieben** werden, ergiebt sich nun aus dem Vorigen von selbst; man muß nur auf den Nenner derselben aufmerksam seyn und gleich wissen, wie viel Decimalstellen der Zähler bekomme. Wie schreibt man z. B. 64 Ganze und 7 Hundertel? Antwort: 64,07. Da der Decimalbruch Hundertel enthält, so muß dessen Zähler aus zwei Decimalstellen bestehen; man füllt daher die Stelle der Zehntel mit einer Null aus und schreibt die 7 in die zweite Stelle. Dreihundert sechsundvierzig Ganze und sechshundert fünfundzwanzig Tausendel Gulden schreibt man also:

346,625 fl.

Ehe wir nun zu den vier Rechnungsarten mit Decimalbrüchen übergehen, haben wir vorher noch zu lernen: **wie gemeine Brüche in Decimalbrüche verwandelt werden?**

Man stelle sich da den Zähler immer als einen bei einer vorhergegangenen Division übriggebliebenen Rest vor; diesem hängt man eine Null an, wodurch er mit 10 multiplicirt oder zu Zehnteln gemacht wird; hierauf dividirt man mit dem Nenner hinein, um zu sehen, wie viel Zehntel derselbe enthalte. Z. B. $\frac{4}{5}$

$$5 : 40 = 0{,}8$$
$$\underline{40}$$

Bleibt wieder ein Rest, so hängt man demselben nochmals eine Null an, um zehnmal kleinere Theile (Hundertel) daraus zu machen, und setzt auf diese Art die Division so lange fort, bis kein Rest mehr bleibt. Z. B.

$\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$ 4 : 30 = 0,75
28
20
20

$\frac{5}{8}$ 8 : 50 = 0,625
48
20
16
40
40

$\frac{7}{16}$ 16 : 70 = 0,4375
64
60
48
120
112
80
80

Sehr oft aber trifft es sich, daß die Division mit dem Nenner nie ganz vollendet werden kann, sondern daß immer noch ein Rest bleibt; da setzt man die Division höchstens bis zur vierten oder fünften Stelle des Decimalbruchs fort, und nimmt, wenn der Rest mehr als die Hälfte des Divisors beträgt, die letzte Ziffer des gefundenen Decimalbruchs für eins mehr an, wodurch man der Richtigkeit am nächsten kommt. Z. B. $\frac{5}{12}$,

$\frac{5}{12}$ 12 : 50 = 0,41667
48
20
80
72
80
72
80

Dergleichen Brüche, wo die Division nie völlig aufgeht, nennt man unendliche, jene aber, wo sie keinen Rest läßt, endliche Decimalbrüche.

Sechs und zwanzigste Stunde.

Vom Addiren und Subtrahiren der Decimalbrüche.

Da die Decimalbrüche wie ganze Zahlen geschrieben werden, so ist das Verfahren bei den vier Rechnungsarten mit denselben eben so, wie bei ganzen Zahlen, und man hat bei jeder derselben hauptsächlich nur darauf Rücksicht zu nehmen, wohin man im Facit den Decimalstrich oder das Komma schreibe.

A. Addition der Decimalbrüche.

Beim Addiren setzt man die Ganzen richtig unter einander, wie schon aus der Addition mit gleich- und ungleichbenannten Zahlen bekannt ist, und eben so auch die Decimalbrüche, nämlich so, daß Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel ꝛc. zu stehen kommen. Hierauf addirt man alle gegebenen Posten wie ganze Zahlen, und schreibt das Komma gerade unter das Komma der Posten.

Ex. 1) Fritz hat folgende Posten zu addiren: 678,625 thlr. + 381,5 thlr. + 97,825 thlr. + 104,2167 thlr. + 0,0833 thlr.

Der

Der Ansatz und die Berechnung ist folgende:

678,625	thlr.
381,5	=
97,825	=
104,2167	=
0,0833	=
Summe 1262,25ØØ	thlr.

Bei der Addition der Zehntel kommen deren 22, diese aber betragen, wie jeder leicht selbst einsieht, 2 Ganze und 2 Zehntel; man läßt daher die 2 Zehntel in der Stelle der Zehntel und nimmt die 2 Ganzen mit zu den Einern der Ganzen. Da die Nullen zur Rechten der Decimalbrüche keine Bedeutung haben, so kann man sie gleich durchstreichen. Die Summe ist also 1262,25 thlr. oder $1262\frac{1}{4}$ thlr.

Ex. 2) Es sind ferner zu addiren: a) 37,5 Ct.; b) 0,625 Ct.; c) 10,75 Ct.; d) 54,5454 Ct.; e) 200,1496 Ct.; f) 0,03 Ct. Die Berechnung ist wie folgt:

Ct.	37,5
=	0,625
=	10,75
=	54,5454
=	200,1496
=	0,03
Ct.	303,6ØØØ

Uebungsbeispiele.

206) Addire: 53,25 fl. + 84,6 fl. + 171,85 fl. + 34,625 fl. + 200,075 fl.

207) Addire: 3748,06 francs + 5678,78 fr. + 13080,09 fr. + 9684,80 fr.

208) Wie viel beträgt die Summe von folgenden sechs Posten: a) 43 thlr. 18 gl. 6,5 pf.; b) 172 thlr. 12 gl. 9,75 pf.; c) 83 thlr. 16 gl. 4,25 pf.; d) 319 thlr. 10 gl. 11,875 pf.; e) 100 thlr. 19 gl. 10,125 pf.; f) 69 thlr. 7,375 pf.?

209) Addire: 0,7272 Ct. + 5,8181 Ct. + 9,7 Ct. + 14,2727 Ct. + 39,518 Ct. + 11,232 Ct.

B. Subtraction der Decimalbrüche.

Auch hier müssen, wie bei der Addition, die Ganzen nebst den Decimalbrüchen erst richtig unter einander gesetzt werden, dann subtrahirt man wie mit ganzen Zahlen. Z. B.

	a)		b)
	756,837 thlr.		1370,625 fl.
	189,062 =		768,875 =
Rest	567,775 thlr.		601,75∅ fl.

In Nr. b) konnten 8 Zehntel von 5 Zehnteln nicht abgezogen werden, es hätte daher 1 Ganzes geborgt werden müssen; da aber in der Stelle der Einer eine Null steht, so wurde bei der folgenden 7 eins geborgt und damit verfahren, wie bei ganzen Zahlen.

Sind aber die Decimalstellen im Minuenden und Subtrahenden ungleich, so können sich Anfänger damit helfen, daß sie dieselben durch Beifügung einer oder mehrerer Nullen gleich machen. Z. B. subtrahire 486,125 thlr. von 625,5 thlr.

	625,500	thlr.
	486,125	=
Rest	139,375	thlr.

Eben so auch im folgenden Beispiele:

Einnahme	1270,875	fl.
Ausgabe	985,900	=
Rest	284,975	fl.

Uebungsbeispiele.

210) A. war 870,5833 thlr. schuldig, zahlt 300,7916 thlr. darauf ab; wie viel bleibt derselbe noch schuldig?

211) B. kauft ein Haus für 934,125 mfl. und verkauft es bald darauf wieder für 1030,8 mfl.; wie viel hat er daran gewonnen?

212) C. hat an Eisenwaaren vorräthig 67,3 Ct., davon verkauft er an D. 14,75 Ct., an E. 13,5454 Ct., an F. 16,1818 Ct.

Da die Rechnung mit Decimalbrüchen so überaus leicht ist, so kann man ihre Anwendung auch bei unsern gemeinen Brüchen nicht genug empfehlen. Wer z. B. folgende Posten: $16\frac{1}{2} + 34\frac{2}{3} + 81\frac{3}{4} + 106\frac{7}{8} + 19\frac{5}{12} + 53\frac{7}{16} + 319\frac{4}{15} + 253\frac{11}{16}$ zu addiren hätte, der verwandle lieber die gemeinen Brüche in Decimalbrüche, wodurch das mühsame Aufsuchen des gemeinschaftlichen Nenners vermieden wird, nämlich also:

$16\frac{1}{2}$	=	16,5
$34\frac{2}{3}$	=	34,6666
$81\frac{3}{4}$	=	81,75
$106\frac{7}{8}$	=	106,875
$19\frac{5}{12}$	=	19,4166
$53\frac{7}{10}$	=	53,7
$319\frac{4}{15}$	=	319,2666
$253\frac{11}{16}$	=	253,6875
	Summe	885,8623

Den Betrag des Decimalbruches kann man dann in der nächst niedern Sorte sehr leicht finden, wenn man den Bruch mit der Zahl, welche anzeigt, wie viel Einheiten der niedern Sorte auf die höhere gehen, multiplicirt und vom Producte so viel Decimalstellen abschneidet, als deren der Decimalbruch hat.

Gesetzt, obige Summe enthielte Thaler, so wird der daran befindliche Decimalbruch mit 24 zu Groschen gemacht und vier Decimalstellen abgeschnitten, wie folgt:

```
thlr. 885,8623
            24
       -------
        34492
       17246
      -------
gl.  20,6952
```

Nun kann man auch den Bruch 6952 Zehntausendel mit 12 zu Pfennigen machen und abermals 4 Decimalstellen abschneiden, so kommen noch 8 pf. und etwas darüber.

Enthielte aber die obige Summe rheinische Gulden, so multiplicirt man den Bruch mit 60, und

und schneidet ebenfalls 4 Decimalstellen vom Producte ab.

Eben so kann man auch bei der Subtraction große und unbequeme gemeine Brüche in Decimalbrüche verwandeln. Es sollen z. B. $409\frac{4319}{4981}$ von $713\frac{311}{517}$ abgezogen werden, so ist die Berechnung mit Decimalbrüchen folgende:

$$713\tfrac{311}{517} = 713{,}601$$
$$409\tfrac{4319}{4981} = 409{,}867$$

Rest 303,734

Sieben und zwanzigste Stunde.

Vom Multipliciren und Dividiren der Decimalbrüche.

C. Die Multiplication der Decimalbrüche

geschieht ebenfalls wie mit ganzen Zahlen, und man hat in Ansehung des Decimalstrichs bloß folgende Regel zu merken:

Man giebt dem Producte so viel Decimalstellen, als deren die beiden Factoren (der Multiplicand und Multiplicator) haben.

Wenn z. B. ein Centner 174,36 francs (d. i. 174 fr. und 36 cent.) kostet, wie theuer kommen 6 Centner? Die Rechnung ist folgende:

174,36 fr.
(6
1046,16 fr.

Was

Was kosten aber 4,5 Ct. zu demselben Preis? Antwort: 784,62 kr., wie hier folgt:

```
   174,36 kr.
      4,5
  ---------
   87180
  69744
  ---------
  784,62ø kr.
```

Man kann sich hierbei zugleich aller der Vortheile bedienen, wie bei ganzen Zahlen.

Was kosten 35$\frac{3}{4}$ Ellen Tuch à 3,5 thlr.?

```
  35,75  ×  3,5
  -----(5   ----
  17875      5·7
  -----(7
125,125 thlr. = 125 thlr. 3 gl.
```

Was kosten 255$\frac{1}{4}$ ℔ à 4,1 fl.? Antwort: 1046 fl. 31$\frac{1}{2}$ kr., wie hier folgt:

```
   255,25 ℔ à 4,1 fl.
  102100
  ---------
  1046,525 fl.
        60
     -------
     31,5øø kr.
```

Folgende Beispiele werden nun gar keiner Erklärung weiter bedürfen:

```
   754 thlr.          653,35 Ct.
    4,5                  64,8
  -------            -----------
   3770               522680
  3016               261340
  -------           392010
  3393,ø thlr.      ----------------
                    42337,08ø Ct.
```

```
      758 4,875 ℔
          2,5 006
    ─────────────
    4 550 9 250
  3792 437 5
 15169 750
 ────────────────
 18966,738 4 250 ℔
```

Uebungsbeispiele.

213) Was kosten 15,5 Ct. à 78,25 thlr.?

214) „ „ 107,375 Ell. à 1,5 thlr.?

215) Multiplicire 84,7083 mit 3,125.

216) Herr D. hat 500 ℔ Taback auf dem Lager und verkauft davon 243,5 ℔ à 2,05 fl., wie viel wird er dafür erhalten?

D. Division der Decimalbrüche.

Die Division endlich verrichtet man auch eben so, wie mit ganzen Zahlen, giebt aber dem Quotienten nur so viel Decimalstellen, als noch übrig bleiben, wenn man diejenigen des Divisors von denen des Dividenden abgezogen hat. Z. B. wie oft sind 0,6 in 5,76 enthalten?

```
0,6 : 5,76 | 9,6 mal.
      5 4  |
      ───
        36
        36
      ────
```

Ist der Divisor eine bloße ganze Zahl, so bemerkt man den Decimalstrich im Quotienten bei derjenigen Ziffer, welche durch die Division

sion in die Einer des Dividenden gefunden worden. Z. B.

```
36 : 785,664|21,824 Quot.
     72     |
     --
      65
      --
      296
      288
      ---
        86
        72
        --
        144
        144
        ---
```

Oder durch Zerfällung des Divisors also:

```
 36  :  785,664
---   6)-------
6.6     130,944
      6)-------
         21,824 Quot.
```

Hat der Divisor eine oder mehrere Decimalstellen und der Dividend gar keine, so hängt man letzterm so viel Nullen an, als ersterer Decimalstellen hat, und streicht dann den Decimalstrich im Divisor aus. Z. B. dividire 2535 durch 3,75.

```
375 : 253500|676
      2250  |
      ----
       2850
       2625
       ----
        2250
        2250
        ----
```

An-

Anfänger können sich bei der Division mit Decimalbrüchen überhaupt dadurch am besten helfen, wenn sie sowohl den Divisor, als den Dividenden, in Ansehung der Decimalstellen, gleichartig machen, das heißt, die Decimalstellen, die dem einen oder dem andern fehlen, durch Nullen ersetzen. Haben dann beide gleichviel Decimalstellen, so kann man die Decimalstriche ausstreichen und sie als ganze Zahlen betrachten.

Z. B. dividire 1298,7525 durch 34,5. Da der Divisor nur eine Decimalstelle, der Dividend aber deren vier hat, so hängt man dem erstern drei Nullen an und nun enthält derselbe ebenfalls Zehntausendel. Durch das Ausstreichen der Decimalstriche wird sowohl der Divisor als der Dividend mit 10000 multiplicirt, wodurch auf beiden Seiten ganze Zahlen entstehen. Die Berechnung ist folgende:

```
345|000 |12987|525 |37,645
        |1035      |
        ----
         2637
         2415
         ----
          2225
          2070
          ----
           1552
           1380
           ----
            1725
            1725
            ----
```

Bei der zweiten Theilung, wo die Ganzen aufhörten, betrug der Quotient 37 und $\frac{222525}{345000}$; in-

indem aber die Division fortgesetzt wurde, so fanden wir noch $\frac{645}{1000}$. Der Divisor 34,5 ist daher in 1298,7525 enthalten 37,645 mal.

Folgende Probe beweist die Richtigkeit unserer Berechnung:

$$
\begin{array}{r}
37,645 \\
34,5 \\
\hline
188225 \\
150580 \\
112935 \\
\hline
1298,7525
\end{array}
$$

Uebungsbeispiele.

217) Dividire 3674,36 thlr. durch 4.
218) " 959,5 fl. durch 7,5.
219) Ch. in Paris hat für 143,5 ℔ 916 fr. 87½ cent. (916,875 fr.) bezahlt, was kostet ihm 1 ℔?
220) Was kostet 1 Ct. Zucker, wenn für 6,875 Ct. 495 thlr. bezahlt wurden?

Acht und zwanzigste Stunde.

Von der Regeldetri.

Lieben Rechenschüler! ich hatte zwar anfangs beschlossen, Ihnen in diesem Lehrbüchlein nur die vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen vorzutragen; allein da ich zeither, zu meiner innigsten Freude, an mehreren unter Ihnen einen recht lobenswerthen Fleiß bemerkt habe,

habe, so will ich denselben noch ein Paar Stunden widmen und auch die Anfangsgründe der Regeldetri ganz kurz durchgehen.

Die Regeldetri, oder Regel von drei Sätzen (daher sie auch manche den Dreisatz nennen), hat ihren Namen von den drei verschiedenen bekannten Zahlen, vermittelst welcher die vierte unbekannte Zahl gefunden werden soll.

Wenn man z. B. sagt: 4 Pfunde kosten 3 Thaler, was kosten 9 Pfunde? so liegen die drei gegebenen Zahlen deutlich vor Augen, und wer nur ein wenig nachdenken will, wird die vierte unbekannte Zahl mit leichter Mühe finden. Wenn 4 ℔ 3 thlr. kosten, so kostet 1 ℔ den 4ten Theil von 3 thlr., d. i. $\frac{3}{4}$ thlr. oder 18 gl. 9 Pfunde kosten dann 9 mal 18 gl., d. i. 6 thlr. 18 gl. Oder 9 Pfunde kosten 9 mal 3 thlr., dividirt durch 4.

Hieraus sieht man zugleich, wie die unbekannte vierte Zahl gefunden wird, nämlich indem man die mittlern Glieder mit einander multiplicirt und ihr Product durch das erste Glied dividirt.

Die gegebenen bekannten Zahlen, so wie auch die gefundene vierte Zahl nennt man Sätze oder Glieder einer Regeldetri-Aufgabe, und man sagt, wenn sie richtig gestellt sind, das erste, zweite, dritte und vierte Glied. Das 2te und 3te Glied nennt man die mittlern, das 1ste und vierte aber die äußern Glieder.

Da es nun nicht einerlei ist, welche von den gegebenen Zahlen multiplicirt werden und

mit

mit welcher man dividirt, so muß man dieselben erst gehörig ordnen, oder, wie man sagt, einen richtigen Ansatz machen lernen. Hierzu dienen folgende Bemerkungen:

In einer jeden Regeldetri-Aufgabe sind zwei von den bekannten Zahlen von einerlei Art; sie gehören daher zusammen und werden in das 1ste und 2te Glied geschrieben. Diese beiden Zahlen oder Glieder haben ein gewisses Verhältniß, nach welchem auch das Verhältniß des 3ten Gliedes zu dem noch unbekannten 4ten bestimmt werden muß.

Wenn z. B. 4 Buch Schreibpapier mit 9 gl. bezahlt werden, wie theuer kommen da 12 Buch? 4 Buch und 12 Buch sind die beiden Zahlen von einerlei Art und gehören in das 1ste und 2te, die 9 gl. aber in das 3te Glied. Der Preis von 4 Buch ist als bekannt angezeigt; da nun 12 Buch 3 mal mehr sind, als 4 Buch, so kosten sie auch 3 mal mehr, nämlich 27 gl. oder 1 thlr. 3 gl. Der Ansatz dieser Aufgabe ist daher folgender:

4 B. — 12 B. — 9 gl.

Hieraus sieht man zugleich, daß die Fragezahl ins 2te Glied zu stehen komme, die derselben am Namen gleiche aber ins 1ste und das Prädicat von dieser in das 3te Glied.

Oder man mache den Ansatz auf folgende Art: Zuerst schreibe man die bekannte Zahl, zu welcher eine andere von eben der Art gesucht werden soll, in das dritte Glied und frage sich dann, ob die unbekannte Zahl größer oder klei-

kleiner seyn müsse, als die im 3ten Gliede befindliche Zahl. Soll das 4te Glied größer seyn, als das 3te, so müssen auch die beiden übrigen Glieder so gestellt werden, daß das größere in das 2te und das kleinere in das 1ste Glied komme. Soll aber das 4te Glied kleiner werden, als das 3te, so muß auch von den übrigen zwei Gliedern das kleinere ins zweite und das größere ins erste Glied kommen.

Z. B. 5 Scheffel Weizen kosten 13 thlr. 18 gl., was kostet 1 Scheffel?

* — * — 13 thlr. 18 gl.

Da nun 1 Scheffel 5 mal weniger kommt, oder da das vierte Glied weniger betragen muß, als das dritte, so muß die größere Zahl (5) in das erste und die kleinere ins zweite Glied kommen, nämlich:

5 Schfl. — 1 Schfl. — 13 thlr. 18 gl.

5) ———————

Fac. 2 thlr. 18 gl.

Die Berechnung dieser Aufgabe ist, wie man hier sieht, sehr kurz und leicht, weil wegen der 1 im zweiten Gliede keine Multiplication statt findet und das dritte Glied bloß durch das erste zu dividiren ist.

Uebungsbeispiele.

221) Was kosten 6 Ellen Tuch, die Elle zu 3 thlr. 14 gl. 6 pf.?

222) A. kauft 5 Ohm Wein und giebt für die Ohm 36 thlr. 21 gl.; wie viel beträgts?

223) B. hat für 33 ℔ 67 thlr. 9 gl. bezahlt, und überläßt davon an C. 9 ℔ zu demselben

den Preis; wie viel hat Letzterer dafür zu zahlen?

224) D. verkauft 18 ℔ Taback für 7 thlr., wie viel wird derselbe für $17\frac{1}{2}$ thlr. geben?

Oefters kommen auch solche Aufgaben vor, wo dem Anscheine nach drei ganz verschiedene Zahlen gegeben sind; allein auch hier wird der gesunde Menschenverstand sehr leicht finden, welches die beiden zusammengehörenden Glieder sind. Z. B. 1 Ct. kostet 27 thlr. 12 gl., was kosten 68 ℔? Hier sieht man gleich, daß Centner und Pfunde zusammengehören: nur müssen dergleichen verschiedene Benennungen unter einerlei Namen gebracht, d. h. aus dem 1 Ct. müssen Pfunde gemacht werden, dann ist der Ansatz und die Berechnung wie folgt:

1 Ct. — 68 ℔ — $27\frac{1}{2}$ thlr.

110 ℔   204 (3 $3 \cdot 9 + \frac{1}{2}$

1836 (9

34 ($\frac{1}{2}$

110) 1870 | 17 thlr.

77

77

Wenn ein Landmann für 3 Scheffel Gerste 5 thlr. 18 gl. verlangt, wie theuer würde hiernach 1 Wispel kommen? Scheffel und Wispel gehören zusammen, und man verwandelt den Wispel in 24 Scheffel; die Rechnung ist dann folgende:

3 Schfl.

3 Schfl. — 1 Wisp. — 5 thlr. 18 gl.

24 Schfl. 138 = — = (24

3) 46 thlr.

Uebungsbeispiele.

225) Wenn 1 ℔ Butter mit $5\frac{1}{2}$ gl. bezahlt wird, wie theuer kommen da 3 Ct.?

226) Eine Bauersfrau verkauft das Mandel Eier für 4 gl., wie viel wird sie aus 3 Schock und 3 Mandel lösen?

227) E. verkauft $4\frac{1}{2}$ Stein Wolle für $49\frac{1}{2}$ thlr., wie theuer kommt hiernach 1 ℔?

228) F. hat 1 Pferde, welche täglich 5 Metzen Haber bekommen; wie viel Haber wird derselbe in einem Jahre für sie brauchen?

229) Frau G. kauft 5 Ellen Band für 12 gl.; wie viel Ellen wird sie für 3 thlr. 18 gl. erhalten?

230) H. kann mit seinem Gelde gerade 10 Wochen reichen, wenn er täglich 6 gl. 9 pf. ausgiebt; wie lange wird derselbe damit reichen können, wenn er täglich 11 gl. 3 pf. ausgiebt?

Anmerkung. Bei dieser letztern Aufgabe wird der oben gezeigte Ansatz, wo man die Zahl, zu welcher eine andere gleicher Art gesucht wird, zuerst in das dritte Glied einträgt und dann die Stellung der ersten beiden Glieder darnach bestimmt, die besten Dienste thun.

Neun und zwanzigste Stunde.

Fortsetzung der Regeldetri.

Bekanntlich sind die allgemeinen Heerstraßen und Chausseen nicht immer der kürzeste Weg von ei-

nem Orte zum andern; weil dieselben, um steile Berge oder tiefe Flüsse zu vermeiden, öfters einen nicht unbedeutenden Umweg machen. Leute, die in der Gegend bekannt sind, wählen daher lieber die kürzeren Fußwege. So kann auch bei der Regeldetri die in der vorigen Stunde mitgetheilte allgemeine Regel mit einer solchen Heerstraße verglichen werden, da sie in den meisten Fällen einen beträchtlichen Umweg macht. Ich werde daher meine lieben Rechenschüler in der heutigen Stunde mit ein Paar weder durch Strohwische noch durch ausgestellte Tafeln verbotenen, sondern allen mit gesundem Verstande begabten Menschen erlaubten Nebenwegen bekannt machen.

Die Berechnung der Regeldetri-Aufgaben kann man sich durch folgende Mittel sehr erleichtern:

A. Durch Hülfe des Exponenten.

Unter dem Exponenten versteht man diejenige Zahl, welche anzeigt, wie viel mal das zweite Glied größer oder kleiner ist, als das erste. Man findet denselben, wenn man das zweite Glied durch das erste dividirt. Ist aber das erste Glied größer, als das zweite, so ist der Exponent allemal ein Bruch, den man durchs Abbreviren auf die kleinsten Zahlen zu bringen sucht.

Mit diesem gefundenen Exponenten multiplicirt man dann das dritte Glied und erhält dadurch die uns vorher unbekannte Zahl. Denn wenn das zweite Glied 4 mal größer ist, als das erste, so muß auch das vierte 4 mal größer seyn, als das dritte; oder für 4 mal mehr Waare muß ich auch 4 mal mehr Geld geben.

Z. B. 20 Ellen Leinwand kosten 4 thlr. 13 gl. 6 pf.; wie viel kosten 80 Ellen?

20 Ell. — 80 Ell. — 4 thlr. 13 gl. 6 pf.
exp. 4 (4
18 thlr. 6 gl. — =

80 Ellen sind 4 mal mehr als 20 Ellen, folglich muß ich auch 4 mal mehr dafür bezahlen.

Wenn H. für 36 ℔ 8 thlr. 7 gl. 3 pf. bezahlen soll, wie theuer würden ihm hiernach 3 Ct. und 102 ℔ kommen? Die Berechnung ist folgende:

36 ℔ — 3 Ct. 102 ℔ — 8 thlr. 7 gl. 3 pf.
110 (12
99 thlr. 15 gl. — =

36) 432 ℔ | 12 exp.
72
72

Wie der Exponent gefunden worden, liegt vor Augen, man braucht daher nur das 3te Glied mit 12 zu multipliciren, so ist das Facit 99 thlr. 15 gl., denn für 12 mal mehr Waare muß man auch 12 mal mehr bezahlen.

Hätte aber der Preis von 36 ℔ gesucht werden sollen, wenn 3 Ct. und 102 ℔ für 99 thlr. 15 gl. verkauft worden, so wäre die Berechnung diese:

432 ℔ — 36 ℔ — 99 thlr. 15 gl.
9 4 3 3
36 | 4 | 1 12) 8 thlr. 7 gl. 3 pf.
432 | 48 | 12 exp.

Da der Exponent $\frac{1}{12}$ ist, oder da das 2te Glied 12 mal weniger beträgt, als das erste, so muß auch das vierte unbekannte 12 mal weniger betragen, als das 3te. Wenn daher der Exponent ein Bruch ist,

wird das 3te Glied zwar auch damit multiplicirt, aber — welches wohl zu merken ist — nach Art der Multiplication mit Brüchen, indem man den Theil, den der Nenner anzeigt, sucht und ihn so viel mal nimmt, als der Zähler groß ist.

Man kann aber auch den Exponenten vom 1sten und 3ten Gliede suchen und das 2te Glied damit multipliciren, weil man hier so schließen kann: so viel mal das 3te Glied größer oder kleiner ist, als das 1ste, so viel mal muß auch das 4te unbekannte größer oder kleiner seyn, als das 2te. Hiervon kann man sich durch folgende zwei Beispiele überzeugen.

a) Wenn I. dem Fuhrmann K. für 15 Ct. 31 thlr. 6 gl. Fracht bezahlen soll, wie viel würde er demselben für $21\frac{1}{2}$ Ct. geben?

15 Ct. — $21\frac{1}{2}$ Ct. — 31 thlr. 6 gl.
(2 15)
43 thlr. u. 43 gl. 2 thlr. 2 gl.
oder 1 = 19 gl.
44 thlr. 19 gl.

b) Was kosten $12\frac{1}{2}$ ℔, wenn 34 ℔ für 17 fl. gegeben werden?

34 ℔ — $12\frac{1}{2}$ ℔ — 17 fl.
2) F. $6\frac{1}{4}$ fl. exp. $\frac{1}{2}$

B. Ein zweites gutes Hülfsmittel zur kürzern Berechnung der Regelbetri-Aufgaben ist das Abbreviren des ersten gegen das zweite oder auch gegen das dritte Glied. Sollte ich z. B. die Zahl 8724 mit 48 multipliciren und das erhaltene Product durch 36 dividiren, so würde ich, ohne Abkürzung, folgende Berechnung bekommen:

```
36 — 8724 — 48
       48
     -----
     69792
    34896
    ------
36) 418752|11632
    58    |
    --
     227
     216
     ---
      115
      108
      ---
        72
        72
        --
```

Allein wer sieht nicht sogleich, daß sich hier der Multiplicator 48 und der Divisor 36 durch 12 dividiren und dadurch auf kleinere Zahlen bringen lasse. Durch dieses Abbreviren wird dann die Berechnung weit kürzer, nämlich also:

```
    36   —   8724    —    48
12)---      -----(4  12)---
     3      34896          4
         3)------
            11632
```

Das Facit ist ganz dasselbe, wie nach der vorigen weitläuftigern Berechnung.

Wenn man also sowohl den Multiplicator, als auch den Divisor um gleichvielmal kleiner macht, so bleibt das Verhältniß zwischen denselben ganz unverändert; die Zahlen 36 zu 48 verhalten sich eben so, als die kleinern Zahlen 3 zu 4.

Wenn 100 ℔ 30 thlr. kosten, was werden hiernach 420 ℔ gelten?

100 ℔ — 420 ℔ — 30 thlr.
(3
Fac. 126 thlr.

Hier lassen sich beide Nullen im ersten Gliede gegen die beiden Nullen im 2ten und 3ten Gliede aufheben, dann bleibt nur noch eine leichte Multiplication des 2ten mit der 3 im 3ten übrig.

1 Centner kostet $27\frac{1}{2}$ thlr., was kosten 68 ℔?

110 ℔ — 68 ℔ — $27\frac{1}{2}$ thlr.
4) $27\frac{1}{2}$ — 17 Fac. 17 thlr.

Durch die Division des 1sten und 2ten Gliedes mit 4 erhält man $27\frac{1}{2}$ und 17; da sich nun die $27\frac{1}{2}$ als Divisor gegen den Multiplicator $27\frac{1}{2}$ ganz wegschaffen läßt, so ist die übrig bleibende 17 schon die verlangte unbekannte Zahl und bekommt den Namen Thaler, weil sich die Benennung des 4ten Gliedes immer nach der des 3ten richtet.

Was kosten 2 Wispel und 8 Scheffel, wenn für 16 Scheffel 28 thlr. 12 gl. verlangt werden?

16 Schfl. — 2 Wsp. 8 Schfl. — 28 thlr. 12 gl.
8) 2 — 24 — 2) 14 = 6 =
2) 1 — 56 Schfl. — 99 thlr. 18 gl. (7
8) 7

Was kostet 1 ℔ Wolle, wenn $4\frac{1}{2}$ Stein für $49\frac{1}{2}$ thlr. eingekauft worden?

$4\frac{1}{2}$ St. — 1 ℔ — $49\frac{1}{2}$ thlr.

$$\frac{22}{99\ \text{℔}} \qquad x = \frac{49\frac{1}{2}}{99} = \tfrac{1}{2}\ \text{thlr.}$$

Hierzu noch folgende Uebungsbeispiele:

231) 6 Tagelöhner bekommen wöchentlich 4 thlr. 20 gl.; wie viel wird der wöchentliche Lohn für 24 Tagelöhner betragen?

232)

232) Für 12 gl. kauft Mad. L. 5 Ellen Band, wie viel Ellen wird sie für 3 thlr. 12 gl. bekommen?

233) Was kosten 3 ℔ 12 Loth Pfeffer, wenn man für 6 Loth 3 gl. 6 pf. geben muß?

234) Wenn von 100 thlr. jährlich 4 thlr. 16 gl. Interessen gegeben werden, wie viel betragen da a) die jährlichen Zinsen von 600 thlr. und b) wie viel werden sie in $4\frac{1}{2}$ Jahren betragen?

235) Was gelten 18 Scheffel Gerste, wenn der Wispel für 26 thlr. 12 gl. verkauft wird?

236) Aus 2 Schock Ellen Leinwand können 28 Hemden verfertigt werden, wie viel Stück werden 7 Schock und 30 Ellen geben?

Dreißigste Stunde.

Vermischte Aufgaben zur Uebung.

Daß der Fleiß der Lernenden der angenehmste Lohn für den Lehrer sey, dieß, meine geliebten Rechenschüler, dieß habe ich zeither bei dem Ihnen ertheilten Unterrichte erfahren, und ich freue mich gewiß recht herzlich, daß ich, bei der mir bewiesenen Aufmerksamkeit, im Stande war, die meisten unter Ihnen so weit zu bringen, daß Sie nun jedes Rechenbuch mit Nutzen werden brauchen können.

In der heutigen letzten Stunde wollen wir noch eine kleine Prüfung anstellen, um diejenigen zu erfahren, welche diese ersten Anfangsgründe wohl gefaßt haben und fähig sind, in eine höhere Klasse hinaufzurücken. Zu dem Ende habe ich einige vermischte Uebungsbeispiele mitgebracht, die ich Ihnen hiermit zur Berechnung vorlege. Wer dieselben kurz und rich-

richtig zu berechnen und die ihm dabei vorgelegten Fragen gut zu beantworten im Stande ist, dem werde ich mit Vergnügen ein Zeugniß über den bisher bewiesenen Fleiß ausstellen.

---

237) Wenn 1095 mit 18 multiplicirt und das Product durch 54 dividirt wird; wie viel beträgt der Quotient?

238) Wenn das Tausend Federposen für 15 thlr. 15 gl. verkauft wird, wie theuer kommt 1 Stück?

239) M. hat 725 thlr. zu $5\frac{1}{2}$ Procent (100 thlr. zu $5\frac{1}{2}$ thlr.) Zinsen geborgt; wie viel muß er nach 2 Jahren an Kapital und Zinsen zurückzahlen?

240) N. hat 392 Mfl. ausstehen; wie viel sind dies Thaler, wenn 8 Mfl. so viel als 7 thlr. betragen?

241) Der Fuhrmann O will 20 Ct. für 42 thlr. 24 Meilen weit fahren; wie weit wird er 30 Ct. für dasselbe Geld fahren? (Hierbei erinnere man sich an den Ansatz, wo man das 3te Glied zuerst einträgt und die beiden übrigen darnach ordnet.)

242) Wenn aber der Fuhrmann Prr. 30 Ct. für 42 rl. 16 Meilen weit fährt, wie viel wird man ihm bezahlen müssen, wenn er solche 24 Meilen weit fahren soll?

243) R. soll für $3\frac{3}{4}$ Ell., die von einem Rest von $11\frac{1}{4}$ Ell. abgeschnitten werden müssen, $7\frac{1}{2}$ thlr. geben, wie viel würde er für den ganzen Rest bezahlen?

244) Wenn nun R. den ganzen Rest für 22 thlr. erhielt, wie hoch kämen ihm a) die $3\frac{3}{4}$ Ellen und b) 1 Elle zu stehen?

245) Was kosten 3 Scheffel 12 Metzen Weizen, wenn der Wispel für $66\frac{2}{3}$ thlr. verkauft wird?

246)

246) Ein Schuhmacher hat so viel Arbeit, daß er mit seinen 4 Gesellen erst in 21 Tagen fertig werden kann. Da aber die Arbeit sehr dringend ist, so nimmt er noch 3 Gesellen an, wenn wird er nun mit seiner Arbeit fertig werden?

247) Gesetzt aber, derselbe sollte diese Arbeit durchaus in 6 Tagen abliefern, wie viel Gesellen müßte er da noch annehmen?

248) V. hatte zeither von 1000 thlr. jährlich 55 thlr. Zinsen zu ziehen; jetzt leiht er, zu denselben Zinsen, noch 4400 thlr. dazu aus; wie viel werden diese Zinsen in $4\frac{1}{2}$ Jahr betragen? (Divide et impera; oder man suche erst den Betrag der Zinsen in 1 Jahre.)

249) W hat 20 Stück Kronenthlr. und will sie gegen Speciesthaler verwechseln; wie viel von letztern wird er erhalten, wenn die Kronenthaler zu $1\frac{1}{2}$ thlr., die Species aber zu $1\frac{1}{3}$ thlr. gerechnet werden?

250) X. hat an Y. eine Summe Geld zu 5 Procent auf 1 Jahr ausgeliehen; nach Verlauf dieser Zeit erhält er mit Kapital und Zinsen gerade 100 thlr. zurück; wie groß war das Kapital?

Nachschrift.

Denjenigen, die nun in eine höhere Klasse hinaufgerückt sind, empfehle ich zum fernern Gebrauche mein Kurzes und leichtes Rechenbuch für Bürger- und Landschulen, in 3 Theilen, 3te Aufl. 8. 1810. Leipzig bei Gerhard Fleischer d. j. (1 thlr. 8 gl); oder denen, welche sich der Handlung widmen wollen, meine Kaufmännische Arithmetik, 1r und 2r Cursus, jeder in 2 Theilen, gr. 8. 1806. Rudolstadt in der Hofbuchhandlung (3 thlr.).

Anhang.

Eintheilung der Münzen, Maaße und Gewichte, welche in diesem Rechenschüler vorkommen.

I. Geld und Münzen.

1 Thaler gilt in Obersachsen 24 Groschen, in Niedersachsen 24 gute Groschen (ggl.) oder 36 Mariengroschen (mgl.), im Reiche aber 90 Kreuzer.

1 Groschen gilt 12 Pfennige.

1 Mariengroschen gilt 8 Pfennige.

1 Reichsthaler ist so viel als ein Thaler.

1 Speciesthaler aber gilt 1 thlr. 8 gl. Conventionsgeld oder 2 fl. 24 kr. rheinl. (An manchen Orten gilt der Speciesthaler 1 thlr. 10 gl., an andern 1 thlr. 11 gl.)

1 Gulden (sächsisch) hat 16 Groschen.

1 Gulden (rheinisch) hat 60 Kreuzer oder 15 Batzen à 4 Kreuzer.

1 meißnischer Gulden beträgt 21 Groschen.

1 altes Schock beträgt 20 Groschen.

1 neues Schock beträgt 60 gl. oder 2 thlr. 12 gl.

1 Laubthaler wird gerechnet zu 1 thlr. 14 gl.

4 Laubthaler machen so viel als 1 Karolin, oder franz. Schildlouisd'or, d. i. 6 thlr. 8 gl., beide Sorten aber verlieren zu diesem Preise einige Procente (in sächsischem Gelde).

1 Du-

1 Dukaten wird gerechnet zu 2 thlr. 18 gl. in Golde und gewinnt dann noch 9 bis 15 Procent.

1 August- oder Friedrichs- oder Louisd'or wird gerechnet zu 5 thlr. in Golde und gewinnt dann noch 8 bis 10 Procent.

II. Getreidemaaß.

1 Wispel hält 2 Malter oder 24 Scheffel.
1 Malter hat 12 Scheffel.
1 Scheffel = 4 Viertel.
1 Viertel = 4 Metzen.
1 Metze = 4 Mäßchen.
100 dresdner Scheffel machen $195\frac{9}{16}$ berliner Scheffel.

III. Weinmaaß.

1 Fuder Wein hat 12 Eimer.
1 Eimer in Leipzig hat 63 Kannen oder 126 Nößel.
1 Eimer in Berlin hat 64 Quart oder 128 Oesel.
1 Ohm hat 2 Eimer oder 4 Anker.
1 Oxthöft hat 3 Eimer oder 6 Anker.
2 Oxthöft machen 3 Ohm.

IV. Längenmaaß.

1 Elle hat 2 Fuß.
1 Fuß = 12 Zoll.
1 Zoll = 12 Linien.
1 Klafter hat 3 Ellen oder 6 Fuß.
100 berliner Ellen machen ohngefähr 118 leipziger Ellen.
23 leipziger Ellen sind gleich 19 brabanter Ellen.

V. Handelsgewicht.

1 Last hat 12 Schiffpfund (Sch℔) oder 12 Tonnen.
1 Schiffpfund hat 20 Liespfund (Ls℔).
1 Liespfund hat 14 Pfunde.

1 Centner hat in Leipzig und Berlin 5 Stein oder 110 ℔.
1 Stein hat 22 ℔.
1 Pfund = 32 Loth.
1 Loth = 4 Quentchen.

VI. Zahlenbenennungen.

1 Schock hat 4 Mandel oder 60 Stück.
1 Mandel hat 15 Stück.
1 Dutzend hat 12 Stück.
1 Ballen Papier hat 10 Ries.
1 Ries hat 20 Buch.
1 Buch Schreibpapier hat 24 Bogen.
1 Buch Druckpapier hat 25 Bogen.

VII. Eintheilung der Zeit.

1 Jahr wird gewöhnlich zu 365 Tagen gerechnet *).
1 Jahr wird getheilt in 12 Monate, die aber nicht gleich viel Tage haben.
1 Tag hat 24 Stunden.
1 Stunde hat 60 Minuten.
1 Minute hat 60 Sekunden.

*) Genau genommen hat das Jahr 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten und 45½ Sekunde. Alle 4 Jahre wird daher ein Tag eingeschaltet, und ein solches Jahr von 366 Tagen nennt man ein Schaltjahr. Sie fallen alle auf die Jahrzahlen, die durch die Division mit 4 ohne Rest aufgehen, als: 1812, 1816 u. s. w.

Beantwortung der sämmtlichen Uebungsbeispiele.

1) 218 Aepfel.
2) 149 Birnen.
3) 2070 Nüsse.
4) 4826 Dukaten.
5) 76292 Thaler.
6) 121 Groschen.
7) 6696 Centner.
8) 392702 Pfunde.
9) 7391691.
10) 8504798.
11) 35241 Francs.
12) 43445 Gulden.
13) 335 Ellen.
14) 5646 Pfunde.
15) 95 Stein.
16) 4899 Malter.
17) 58788 Scheffel.
18) 6392 Sekund.
19) 9694 Stunden.
20) 4800 Stück.
21) 11280 Thaler.
22) 25296 Dukaten.
23) 24216 Augustd'or.
24) 4710 Karolin.
25) 194430 Pfunde.
26) 184432 Pfunde.
27) 4380 Grosch.
28) 38976 Scheffel.
29) 169032 Wispel.
30) 2093824 Metzen.
31) 459324 Eimer.
32) 4186764 Ellen.
33) 1367436 Centner.
34) 882256 Pfunde.
35) 2534620 Lothe.
36) 20140440000 Xer.
37) 35744000 Gulden.
38) 70077626 Thaler.
39) 1789.
40) $3912\frac{1}{3}$.
41) $3206\frac{2}{4}$.
42) 445566.
43) 1344 Gulden.
44) 736 Wallnüsse
45) 375 Stecknadeln.

46)

46) 75 Thaler.
47) $1234\frac{3}{8}$.
48) $8765\frac{3}{9}$ Thaler.
49) 21 Schock Aepfel.
50) 843 Schock Nüsse.
51) 73 Schock Aprikosen.
52) 360 Schillinge.
53) $306\frac{46}{52}$ Thaler.
54) 703 Gulden.
55) $135\frac{39}{50}$.
56) $137\frac{137}{400}$.
57) 123 Gulden.
58) 15 Mann.
59) 3 rl. 7 gl. 3 pf.
60) 68 = 15 = 1 =
61) 128 Ct. 2 Stein.
62) 2 Ct. 4 ℔ 17 Lt.
63) 5 Wsp. 5 Schfl. 9 Mtz.
64) 126 Wsp. 4 Schfl. 5 Mtz.
65) 64 Ballen.
66) 84 Schock.
67) 780 rl. 9 gl. 2 pf.
68) 1228 fl. 30 kr.
69) 12 gl. 5 pf.
70) 8 rl. 17 gl. 8 pf.
71) 26 ℔ 16 Lt.
72) 16 Schck 3 Stck.
73) 264 rl. 8 gl. 6 pf.
74) 5 = 6 =
75) 7 Wsp. 2 Schfl. 4 Mtz.
76) 10 Ballen 3 Ries 19 Buch.
77) Nichts.
78) 16532 rl. 2 gl. 6 pf.
79) 100 gl.
80) 100 pf.
81) 1000 Loth.
82) 1000000 Quentch.
83) 54321 Metzen.
84) 1669944 Minut.
85) 10000 pf.
86) 365 Kannen.
87) 16 rl. 6 gl. 9 pf.
88) 65 fl. 38 kr.
89) 65 Sch. 1 Vrtl. oder 2 Wsp. 17 Schfl. 1 Vrtl.
90) 25 rl. 4 gl. 6 pf.
91) 61 = 6 =
92) 121 fl. 20 kr.
93) 71 rl. 17 gl. 3 pf.
94) 40 rl. 5 gl. 5 pf.
95) 4960 = 6 =
96) 1301 = 17 = 7 =
97) 3 Ct. 66 ℔ 22 Lt. 3 Qt.
98) 6 Ball. 7 Ries 8 Bch. 12 B.
99) 380 rl. 6 gl.

100)

100) 2142 rl. 12 gl. (Arbeiten sie auch den Pfingstmontag, so erhalten sie 2153 rl. 18 gl.)
101) 4 rl. 4 gl.
102) 8 gl. 4 pf.
103) 31 ℔ 8 Lt.
104) 71 Ct. 2 ℔ 16 Lt.
105) 35 Wsp. 8 Schfl. 11 Mtz.
106) 14 Tg. 6 St. 56 Min. 7 Sek.
107) 73 rl. 18 gl. 4 pf.
108) 2 = 15 = 3 =
109) 12 = 15 = 9 =
110) 516 fl. 24 kr.
111) 12 rl. 9 pf.
112) 123 mfl. 15 gl. 6 pf.
113) 15 gl. 4 pf.
114) 1 rl. 7 gl. 6 pf.
115) $7\frac{1}{2}$ pf.
116) 2 rl. 11 gl. $1\frac{11}{73}$ pf.
117) 5 rl. 8 gl. $1\frac{117}{123}$ pf.
118) 21 gl. 4 pf.
119) 35 mal.
120) $51\frac{1855}{1927}$ mal.
121) 36 Stck. Schafe.
122) $249\frac{1}{2}$ Lbthlr.
123) 168 Augustd'or u. 2 rl. 18 gl.
124) 61 Stck. Dukaten.
125) 179 rl. 12 gl. 6 pf.
126) 2959 = 5 = 1 =
127) 6 gl.
128) 4 =
129) 8 =
130) 8 Loth.
131) 22 ℔.
132) 18 gl.
133) 20 =
134) 9 pf.
135) 10 =
136) 24 Lt.
137) 12 =
138) 22 =
139) 45 kr.
140) 42 =
141) 10 gl. sächs.
142) 18 gl. 8 pf.
143) 20 gl. $9\frac{3}{5}$ pf.
144) 96 ℔ 8 Lt.
145) $82\frac{1}{2}$ ℔.
146) $26\frac{2}{3}$ Lt.
147) $10\frac{2}{7}$ pf.
148) $37\frac{1}{2}$ kr.
149) $42\frac{1}{2}$ kr.
150) 4 gl. $9\frac{3}{5}$ pf.
151) $\frac{7}{8}$ rl.
152) $\frac{1}{2}$ Ct.
153) $\frac{1}{5}$ fl.
154) $\frac{3}{4}$ ℔.

155) $\frac{5}{6}$ gl.
156) $\frac{1}{4}$ mfl.
157) $\frac{1}{3}$ gl.
158) $\frac{3}{4}$ =
159) $\frac{1}{4}$ rl.
160) $\frac{2}{3}$ =
161) $\frac{7}{8}$ =
162) $\frac{1}{4}$ ℔.
163) $\frac{3}{4}$ =
164) $\frac{4}{5}$ Ct.
165) $\frac{9}{22}$ =
166) $\frac{3}{5}$ fl.
167) $\frac{1}{36}$ rl.
168) $\frac{5}{144}$ =
169) $\frac{1}{32}$ Wsp.
170) $\frac{1}{128}$ =
171) 60, 75, 90, 70 und 96 120stel.
172) 36, 48, 63, 32 und 33 72stel.
173) 90, 96, 50, 105 und 88 120stel
174) 2100, 1120, 2268, 2340, 1344 und 1320 2520stel.
175) 15 Ct.
176) 106$\frac{21}{22}$ Stein.
177) 854$\frac{13}{24}$ rl.
178) 862 rl. 5 gl. 9$\frac{33}{80}$ pf.
179) 7$\frac{1}{8}$ rl.
180) 12$\frac{6}{11}$ Ct.
181) 314 rl. 18 gl. 10$\frac{7}{15}$ pf.
182) 76 rl. 6 gl. 2$\frac{3}{8}$ pf.
183) 289 fl.
184) 111 Ct. 4 St. 16 ℔.
185) 8601 rl.
186) 316 rl. 21 gl. 3$\frac{11}{16}$ pf.
187) 1965$\frac{17}{24}$ Eimer.
188) 1261$\frac{65}{96}$.
189) $\frac{7}{18}$.
190) $\frac{7}{64}$.
191) 13 rl. 10$\frac{11}{24}$ gl.
192) 7 fl. 42$\frac{1}{2}$ kr.
193) 2$\frac{3}{5}$ Schock.
194) 4 Ct. 3$\frac{5}{8}$ Stein.
195) 12$\frac{3}{25}$ Stein.
196) 12$\frac{1}{9}$ rl.
197) 13$\frac{1}{5}$ fl.
198) $\frac{3}{28}$ Ct.
199) 2$\frac{29}{60}$ rl.
200) 84 Ellen.
201) 56 =
202) 41$\frac{5}{11}$ Ct.
203) 6$\frac{1}{4}$ fl.
204) 19 mal.
205) 254 Dukaten, u. es bleiben noch 4 gl. übrig.
206) 544,4 fl.
207) 32191,73 kr.

208) 789 rl. 7 gl. 1,875 pf.
209) 81,268 Ct.
210) 569,7917 rl.
211) 96,675 mfl.
212) 22,8228 Ct.
213) 1212,875 rl.
214) 161,0625 rl.
215) 264,7134375.
216) 499,175 fl.
217) 918,59.
218) 127,9333.
219) 6 fr. und beinahe 39 cent.
220) 72 rl.
221) 21 rl. 15 gl.
222) 184 rl. 9 gl.
223) 18 = 9 =
224) 45 ℔.
225) 75 rl. 15 gl.
226) 2 = 12 =
227) 12 =
228) 4 Wispel 18 Schfl. 1 Mtz.
229) $37\frac{1}{2}$ Elle.
230) 6 Wochen.
231) 19 rl. 8 gl.
232) 35 Ellen.
233) 2 rl. 15 gl.
234) a) 28 rl.
b) 126 =
235) 19 rl. 21 gl.
236) 105 Stück.
237) 365.
238) $4\frac{1}{2}$ pf.
239) 79 rl. 18 gl.
240) 343 =
241) 16 Meilen.
242) 63 rl.
243) 22 rl. 12 gl.
244) a) 7 rl. 8 gl.
b) 1 = 22 = $11\frac{1}{7}$ pf.
245) 10 rl. 10 gl.
246) In 12 Tagen.
247) Noch 7 Gesellen.
248) 1336 rl. 12 gl.
249) 135 Stück Speciesthaler.
250) $95\frac{5}{21}$ thlr.

Das Einmaleins.

1	mal	1	ist	1
1	=	2	=	2
1	=	3	=	3
1	=	4	=	4
1	=	5	=	5
1	=	6	=	6
1	=	7	=	7
1	=	8	=	8
1	=	9	=	9
1	=	10	=	10
2	=	1	=	2
2	=	2	=	4
2	=	3	=	6
2	=	4	=	8
2	=	5	=	10
2	=	6	=	12
2	=	7	=	14
2	=	8	=	16
2	=	9	=	18
2	=	10	=	20
3	=	1	=	3
3	=	2	=	6
3	=	3	=	9
3	=	4	=	12
3	=	5	=	15
3	=	6	=	18
3	=	7	=	21
3	=	8	=	24
3	=	9	=	27
3	=	10	=	30

4	mal	1	ist	4
4	=	2	=	8
4	=	3	=	12
4	=	4	=	16
4	=	5	=	20
4	=	6	=	24
4	=	7	=	28
4	=	8	=	32
4	=	9	=	36
4	=	10	=	40
5	=	1	=	5
5	=	2	=	10
5	=	3	=	15
5	=	4	=	20
5	=	5	=	25
5	=	6	=	30
5	=	7	=	35
5	=	8	=	40
5	=	9	=	45
5	=	10	=	50
6	=	1	=	6
6	=	2	=	12
6	=	3	=	18
6	=	4	=	24
6	=	5	=	30
6	=	6	=	36
6	=	7	=	42
6	=	8	=	48
6	=	9	=	54
6	=	10	=	60

7	mal	1	ist	7
7	=	2	=	14
7	=	3	=	21
7	=	4	=	28
7	=	5	=	35
7	=	6	=	42
7	=	7	=	49
7	=	8	=	56
7	=	9	=	63
7	=	10	=	70
8	=	1	=	8
8	=	2	=	16
8	=	3	=	24
8	=	4	=	32
8	=	5	=	40
8	=	6	=	48
8	=	7	=	56
8	=	8	=	64
8	=	9	=	72
8	=	10	=	80
9	=	1	=	9
9	=	2	=	18
9	=	3	=	27
9	=	4	=	36
9	=	5	=	45
9	=	6	=	54
9	=	7	=	63
9	=	8	=	72
9	=	9	=	81
9	=	10	=	90

10	mal	10	ist	100
10	=	100	=	1000

Das große Einmaleins.

2	mal	12	ist	24
3	=	12	=	36
4	=	12	=	48
5	=	12	=	60
6	=	12	=	72
7	=	12	=	84
8	=	12	=	96
9	=	12	=	108
10	=	12	=	120

2	mal	24	ist	48
3	=	24	=	72
4	=	24	=	96
5	=	24	=	120
6	=	24	=	144
7	=	24	=	168
8	=	24	=	192
9	=	24	=	216
10	=	24	=	240

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schellenberg, Johann Philipp

Der fleißige Rechenschüler. Oder Leitfaden beim ersten Unterricht im Rechnen für Bürger- und Landschulen

Leipzig 1810

Regensburg, Staatliche Bibliothek -- 999/Philos.2388
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11111155-7